CULEGERE DE PROBLEME

2019

TRANSFER DE CĂLDURĂ:

CONDUCŢIA TERMICĂ

Carmen-Ema PANAITE Aristotel POPESCU

CUPRINS

1 INTRODUCERE

Acest capitol introductiv prezintă câteva elemente importante ce vor fi utilizate pe parcursul întregii culegeri de probleme. Astfel, sunt prezentate noţiunile generale de rezolvare a problemelor, elemente specifice rezolvării problemelor de transfer de căldură, notaţii şi termeni utilizaţi atât în abordarea specific românească (Est-Europeană), cât şi în cea internaţională.

1.1 Tehnica rezolvării problemelor – generalităţi

Înţelegerea aprofundată a unui domeniu ştiinţific nu se reduce numai la învăţarea elementelor şi legilor fundamentale aplicabile. Cunoştinţele dobândite în primă fază sunt utilizate pentru a rezolva probleme reale, importante în practică. Rezolvarea problemelor poate fi uşurată de aplicarea unei tehnici de rezolvare adecvate. Un bun inginer poate transforma o problemă complicată într-o sumă de probleme simple, uşor de rezolvat, prin aplicarea unor etape succesive.

În cele ce urmează sunt prezentate aceste etape, punctele (a. – f.) fiind valabile în rezolvarea oricărei probleme inginereşti.

În cazul particular al problemelor din domeniul ştiinţelor termice, mai exact cel al transferului de căldură, elementele specifice din aceste etape vor fi detaliate după prezentarea elementelor generale.

a. Enunţul problemei:

Citiţi cu mare atenţie enunţul problemei / temei de rezolvat. Identificaţi elementele-cheie şi asiguraţi-vă că aţi înţeles problema (**Date cunoscute**) şi obiectivele (**Date cerute**) înainte de a încerca rezolvarea acesteia. Deşi pare a fi un pas simplu şi poate exista tendinţa de a-i minimiza importanţa, trebuie acordată atenţia cuvenită pentru a nu rezolva „altă problemă”.

b. Schema problemei:

Deseori este foarte utilă desenarea unei scheme (**Schematizare**) care să cuprindă elementele descrise în enunţul problemei. Nu trebuie să fie un desen artistic complicat, ci o reprezentare realistă a elementelor-cheie şi a datelor cunoscute. Astfel pot fi identificate elementele lipsă (proprietăţi, cantităţi necunoscute, ipoteze necesare) în rezolvarea problemei.

c. Ipoteze:

Unele indicaţii din enunţul problemei permit, în limite rezonabile, formularea unor ipoteze simplificatoare. Când datele nu sunt foarte clare, toate ipotezele formulate trebuie justificate. În unele cazuri, aceste ipoteze sunt enunţate, utilizate la rezolvarea problemei şi justificate (sau confirmate) cu ajutorul rezultatului obţinut.

d. Proprietăţi:

Pentru stări cunoscute, proprietăţile necunoscute necesare rezolvării problemei sunt determinate din tabele şi/sau diagrame. Este bine să indicaţi separat proprietăţile cu valorile aferente şi sursa de informare, pentru uşurarea evetualelor verificări ulterioare. Uneori, în aplicarea acestui pas va fi necesară combinarea cu pasul următor, atunci când pentru determinarea anumitor proprietăţi sunt necesare formule sau legi fizice.

e. Analiza:

Pentru obţinerea soluţiei se stabilesc ecuaţiile matematice necesare, cantităţile cunoscute, cât şi cele de determinat.

- <u>Formule, legi</u>: Ca urmare a identificării fenomenelor fizice, aplicaţi legile şi principiile fizice de bază relevante pentru problema în cauză. Utilizând ipotezele simplificatoare, reduceţi aceste formule la forma cea mai simplă posibil, dar specificaţi clar condiţiile şi domeniul de aplicare.

- Calcule: Valorile cantităţilor cunoscute se substituie în ecuaţiile stabilite anterior, se efectuează calculele şi se determină valorile necunoscute. O atenţie deosebită trebuie acordată acestui pas în mai multe privinţe:
  - evitarea erorilor de citire;
    - substituirea valorilor în ecuaţie;
    - transcrierea rezultatelor de pe calculator;
  - evitarea erorilor de calcul şi verificarea formulelor
    - tastarea valorilor în calculator;
    - ordinea efectuării operaţiilor;
    - înscrierea unităţilor de măsură;
    - verificarea unităţilor şi simplificarea acestora;
  - aplicarea rotunjirilor rezonabile (reducerea la minim a numărului de cifre semnificative după punctul zecimal).

    În mod normal, 2 cifre sau cel mult 3 cifre sunt mai mult decât suficiente pentru a menţine o precizie acceptabilă a rezultatelor, în timp ce lungimea şirului de cifre este sensibil redusă (în loc de circa 8 cifre cât poate arăta ecranul calculatorului).

f. Concluzii, comentarii

Prin rezolvarea problemelor se urmăreşte aplicarea cunoştinţelor teoretice în unele situaţii practice, asemănătoare cu cazurile reale din viaţa de zi cu zi.

De aceea, obţinerea unei soluţii este urmată în mod evident de unele concluzii sau comentarii legate de condiţiile de utilizare a rezultatelor, eventualele modificări ce se impun sau observaţii, implicaţii şi recomandări.

Deasemenea, rezultatele trebuie analizate din punct de vedere ingineresc, cele nerezonabile sau nerealiste indicând posibile erori fie în analiza problemei fie în calculele efectuate.

1.2 Elemente specifice problemelor de transfer de căldură

În cazul problemelor de transfer de căldură, pot fi specificate câteva elemente suplimentare pentru clarificarea/detalierea etapelor prezentate anterior (a. – f.). Pentru a evita repetiţia, se vor face referiri numai la etapele ce necesită aceste specificaţii.

b. Schematizare – pe schiţa întocmită pentru vizualizarea problemei, se va identifica şi trasa direcţia (sau direcţiile, în cazul transferului de căldură multi-dimensional) principală a fluxului termic, se vor identifica modurile de transfer de căldură ce intervin, eventual se va reprezenta circuitul electric echivalent cu identificarea rezistenţelor termice şi a nodurilor.

e. Analiza – dacă în enunţul problemei nu sunt specificate valorile coeficienţilor convectivi de transfer de căldură, acestea trebuie determinate prin efectuarea unor etape suplimentare de calcul, şi anume:

– calculul temperaturii pentru care se determină proprietăţile termo-fizice ale fluidului. În majoritatea cazurilor, aceasta este reprezentată de temperatura filmului de fluid, T_f, adică media aritmetică a temperaturii suprafeţei solide şi cea a fluidului în curgerea liberă, neperturbată. În alte cazuri, se va utiliza temperatura suprafeţei solide, T_s;

– se extrag proprietăţile termofizice din tabele, grafice, diagrame;

– se calculează criteriile specifice tipului de convecţie analizat (Re sau Ra, Pr etc.);

– se determină condiţiile specifice (ex. laminar/turbulent, complet dezvoltat);

– se alege relaţia criterială pentru calculul criteriului Nusselt, Nu;

– se determină valoarea coeficientului convectiv de transfer de căldură.

Aceste etape suplimentare se efectuează pentru determinarea tuturor coeficienţilor convectivi de transfer de căldură care apar în problemă.

Dacă nu se cunosc temperaturile necesare calculului T_f, se adoptă o valoare (realistă), se efectuează calculele pe baza etapelor suplimentare prezentate anterior şi, după rezolvarea problemei, se calculează valoarea temperaturii adoptate iniţial.

Se compară valoarea adoptată cu cea calculată; daca există o diferenţă de maxim 10% între cele două valori, se considera ipoteza viabilă şi valoarea rezultată din calcul este considerată ca fiind rezultatul căutat; daca diferenţa este mai mare, sunt necesare iteraţii matematice, adoptând valoarea reieşită din calcul ca valoare de start pentru următoarea iteraţie.

Pragul de eroare menţionat anterior (10%) este utilizat în general pentru rezolvarea problemelor teoretice, având în vedere faptul că proprietăţile termo-fizice ale substanţelor nu variază prea mult într-un astfel de interval de temperaturi, mai ales pentru valori scăzute. Pentru aplicaţii industriale (probleme tehnice reale) se va utiliza nivelul de eroare cerut prin specificaţiile beneficiarului.

1.3 Notaţii şi simboluri

În acest subcapitol se vor detalia notaţiile şi simbolurile folosite în această culegere de probleme. În tabelele de mai jos sunt specificate atât varianta utilizată tradiţional în Romania (aflată sub influenţa notaţiilor specifice publicaţiilor sovietice), cât şi varianta internaţională (acceptată tacit ca provenind din ţările vorbitoare de limbă engleză). Aceasta şi din cauză că noile publicaţii româneşti adopta din ce în ce mai mult varianta internaţională şi se poate crea astfel o confuzie de notaţii.

Mărimi fundamentale (SI)

Parametru	Simbol		Unitatea de măsură
	Rom	Eng	SI
Lungime	L	L	m
Masă	m	m	kg
Timp	t	t	s
Curent electric (intensitate)	I	I	A
Temperatura termodinamică	T	T	K
Intensitatea luminoasă	I_v	J	cd
Cantitatea de substanţă	ν	N	mol

Mărimi suplimentare (SI)

Parametru	Simbol Rom	Simbol Eng	Unitatea de măsură SI
Unghiul plan	α	α	rad
Unghiul solid	ω	ω	sr

Mărimi derivate

Parametru	Simbol Rom	Simbol Eng	Unitatea de măsură SI
Acceleraţie liniară	a	a	m/s^2
Difuzivitate termică	a	α	m^2/s
Arie	A	A	m^2
Parametru generic	B	B	-
Viteza luminii în vid	c	c	m/s
Căldură specifică la presiune constantă	c_p	c_p	$J / kg \cdot K$
Căldură specifică la volum constant	c_v	c_v	$J / kg \cdot K$
Capacitate calorică	C	C	J/kg
Coeficient de frecare	C_f	$C_{f,x}$	-
Diametru	D	D	m
Diametru hidraulic	D_h	D_h	m
Energie specifică	e	e	J/kg
Energie	E	E	J
Putere totală de emisie	E	E	W/m^2
Putere totală de emisie a corpului negru	E_0 , E_{cn}	E_b	W/m^2
Puterea de emisie monocromatică	E_λ	E_λ	$W / m^2 \cdot m$
Factor de frecare	f	f	-
Forţă	F	F	N
Acceleraţie gravitaţională	g	g	m/s^2
Flux radiant unitar incident	G	G	W/m^2
Entalpie specifică	h	h	J/kg
Căldură specifică de vaporizare/condensare	h_{fg}	h_{lg}	J/kg
Căldură specifică de topire/solidificare	h_{sf}	h_{sl}	J/kg

(continuare pe pagina următoare)

Mărimi derivate (continuare din pagina anterioară)

Parametru	Simbol		Unitatea de măsură
	Rom	Eng	SI
Entalpie	H	H	J
Înălţime	H	H	m
Intensitatea de radiaţie (în unghi solid unitar)	I_λ	I_λ	$W / m^3 \cdot sr$
Radiozitate	J	J	W/m^2
Conductivitate termică	λ	k	$W / m \cdot K$
Lăţime	l	W	m
Lucru mecanic	L	W	J
Lungime	L	L	m
Masă	m	m	kg
Debit masic	$\dot{m}$	$\dot{m}$	kg/s
Masă molară	M	M	kg/kmol
Direcţie normală la suprafaţă	N	n	m
Număr de unităţi de transfer de căldură	NTC	NTU	-
Presiune	p	p	Pa, N/m^2
Perimetru	P	P	m
Putere	P	P	W
Căldură	Q	Q	J
Flux termic	$\dot{Q}$	$\dot{Q}$	W
Flux termic unitar liniar	$\dot{Q}'$	$\dot{Q}'$	W/m
Flux termic unitar	$\dot{Q}''$	$\dot{Q}''$	W/m^2
Flux termic unitar volumetric	$\dot{Q}'''$	$\dot{Q}'''$	W/m^3
Rază, coordonată radială	r	r	m
Coordonate cilindrice	r,ϕ,z	r,ϕ,z	
Coordonate sferice	r,θ,ϕ	r,θ,ϕ	
Constanta gazului ideal	R	R	$kJ / kg \cdot K$
Rezistenţă termică	R_t	R_t	K/W
Entropie specifică	s	s	$J / kg \cdot K$
Entropie	S	S	J/K
Factor de formă în conducţia bi-dimensională	s	S	m
Timp	t	t	s

(continuare pe pagina următoare)

Mărimi derivate (continuare din pagina anterioară)

Parametru	Simbol		Unitatea de măsură
	Rom	Eng	SI
Temperatură	T	T	K , °C
Temperatură de saturaţie	T_{sat}	T_{sat}	K , °C
Energie internă specifică	u	u	J/kg
Componentele vitezei în coordonate carteziene	u,v,w	u,v,w	m/s
Energie internă	U	U	J
Coeficient global de transfer de căldură	k	U	$W/m^2 \cdot K$
Volum specific	v	v	m^3/kg
Volum	V	V	m^3
Debit volumic	$\dot{V}$	$\dot{V}$	m^3/s
Viteză	w	V	m/s
Coordonate Carteziene	x,y,z	x,y,z	m

Mărimi derivate (simboluri greceşti)

Parametru	Simbol		Unitatea de măsură
	Rom	Eng	SI
Coeficient convectiv de schimb de căldură	α	h	$W/m^2 \cdot K$
Absorptivitate	α	α	-
Coeficient de expansiune termică	β	β	K^{-1}
Debit masic liniar de condensat	Γ	Γ	$kg/s \cdot m$
Grosimea stratului limită	δ	δ	m
Diferenţă	Δ	Δ	
Diferenţa logaritmică medie de temperatură	ΔT_{lm}	ΔT_{lm}	K
Eficienţa schimbătorului de căldură	ε	ε	-
Eficienţa totală a suprafeţei	ε	ε	-
Emisivitatea totală	ε	ε	-
Coeficient unghiular mediu de radiaţie	ϕ_{12}	F_{12}	-
Eficienţa aripioarelor	η	η	-
Coordonata unghiulară (polar, sferic)	θ	θ	rad
Lungimea de undă	λ	λ	m

(continuare pe pagina următoare)

Mărimi derivate (simboluri greceşti) (continuare din pagina anterioară)

Parametru	Simbol		Unitatea de măsură
	Rom	Eng	SI
Vâscozitate absolută	μ	μ	$kg / s \cdot m$
Vâscozitate cinematică	ν	ν	m^2/s
Frecvenţă	ν	ν	s^{-1}
Densitate	ρ	ρ	kg/m^3
Reflectivitate	ρ	ρ	-
Tensiunea superficială	σ	σ	N/m
Transmisivitate	τ	τ	-
Profilul adimensional al temperaturii	θ	θ	-
Viteză unghiulară	$\dot{\omega}$	$\dot{\omega}$	rad/s
Acceleraţie unghiulară	$\ddot{\omega}$	$\ddot{\omega}$	rad/s^2

Indici inferiori

Indice	Simbol		Subscript
	Rom	Eng	
absorbit	abs	abs	absorbed
aripioară	ar	f	fin
bază	b	b	base; blackbody
conducţie	cond	cond	conduction
convecţie	conv	conv	convection
critic	cr	cr	critical
diametru	D	D	diameter
exterior; iesire	e	out	outlet
evaporare	evap	evap	evaporation
fluid, film de fluid	f	f	fluid, film
complet dezvoltat	fd	fd	fully developed
gazos; condiţii de vapori saturaţi	g	g	saturated vapor conditions
hidrodinamic	h	h	hydrodynamic
iniţial; interior	i	i	initial; inner
intrare	i	in	inlet

(continuare pe pagina următoare)

Indici inferiori (continuare din pagina anterioară)

Indice	Simbol		Subscript
	Rom	Eng	
condiţii de lichid saturat	l	l	saturated liquid conditions
condiţia medie logaritmică	lm	lm	log mean condition
bazat pe lungimea caracteristică	L	L	based on characteristic length
condiţii de valori medii	m	m	mean value conditions
maximum	max	max	maximum
minimum	min	min	minimum
mediu înconjurător	mî	sur	surroundings
central sau plan median	o	o	center or midplane; outer
rază, radial	r	r	radius
radiaţie	rad	rad	radiation
reflectat	ref	ref	reflected
suprafaţă; solid	S	s	surface; solid conditions
termic	t	t	thermal
transmis	tr	tr	transmitted
transversal	tr	c	cross-sectional
condiţii de vapori	v	v	vapor conditions
perete	w	w	wall
condiţii locale	x	x	local conditions
spectral	λ	λ	spectral
fluid în curgere liberă, neperturbată	∞	∞	free stream conditions

1.4 Grupuri adimensionale şi constante semnificative

Grupuri adimensionale semnificative

Denumire	Definiţie	Semnificaţie
Biot	$Bi = \frac{L/(\lambda \cdot A)}{1/(\alpha \cdot A)} = \frac{R_{t,cd}}{R_{t,cv}}$	Raportul rezistenţelor termice la conducţie şi conveţie
Fourier	$Fo = \frac{a \cdot t}{L^2}$	Timpul adimensional
Nusselt	$Nu = \frac{\alpha \cdot L}{\lambda}$	Gradientul temperaturii adimensionale la suprafaţă
Reynolds	$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\mu}$	Raportul forţelor de interţie şi viscozitate în convecţia forţată
Prandtl	$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda} = \frac{\nu}{a}$	Difuzia momentului de mişcare raportată la difuzia termică
Peclet	$Pe = \frac{\rho c_p \cdot V \cdot L}{\lambda}$	Produsul dintre Reynolds şi Prandtl în convecţia forţată
Grashof	$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty) \cdot L^3}{\nu^2}$	Raportul forţelor de flotabilitate şi viscozitate în convecţia liberă
Rayleigh	$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty) \cdot L^3}{\nu \cdot a}$	Produsul dintre Grashof şi Prandtl în convecţia liberă
Mach	$Ma = \frac{V}{c}$	Viteza de deplasare raportată la viteza sunetului în acelaşi fluid
Euler	$Eu = \frac{p}{\rho \cdot V^2}$	Raportul forţelor de presiune şi inerţie în curgere la presiune mare

Constante semnificative

Denumire	Simbol	Valoare
	π	3.141 592 653
	e	2.718 281 828
Avogadro	N_A	6.022×10^{23} mol^{-1}
Boltzmann	k	1.381×10^{-23} J K^{-1}
Constanta gazului ideal	R	8.315 J K^{-1} mol^{-1}
Faraday	$F = e \times N_A$	96,485 C mol^{-1}
Masa de repaus a electronului	me	9.109×10^{-31} kg
Planck	h	6.626×10^{-34} J s
Sarcina elementară	e	1.602×10^{-19} C
Stefan-Boltzmann	σ	5.671×10^{-8} W m^{-2} K^{-4}
Unitatea atomică de masă	u	1.661×10^{-27} kg
Viteza luminii în vid	c	2.998×10^{8} m s^{-1}

Factori de multiplicare

Factor	Prefix	Simbol
10^{24}	yotta	Y
10^{21}	zetta	Z
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	hecto	h
10^{1}	deca	da
10^{0}	–	–
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	µ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a
10^{-21}	zepto	z
10^{-24}	yocto	y

2 NOŢIUNI GENERALE DE TRANSFER DE CĂLDURĂ

Capitolul introductiv din orice carte de transfer de căldură prezintă noţiunile generale ale ariei tematice. Acestea descriu ecuaţiile de bază utilizate şi în termodinamică (principiile de conservare a masei, impulsului şi energiei), ecuaţiile de principiu ale modurilor de transfer de căldură (conducţie, convecţie şi radiaţie), precum şi exemple simple de utilizare ale acestora.

2.1 Relaţii de calcul importante

Ecuaţia calorimetrică de stare:

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T \tag{2.1}$$

şi raportată la unitatea de timp:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T \tag{2.2}$$

Fluxul termic:

$$\dot{Q} = \frac{Q}{t} \tag{2.3}$$

respectiv, fluxul termic unitar:

$$\dot{Q}'' = \frac{\dot{Q}}{A} \tag{2.4}$$

Bilanţul energetic pentru un volum:

$$\dot{E}_i - \dot{E}_e + \dot{E}_{gen} = \dot{E}_{st} \tag{2.5}$$

Bilanţul energetic pentru o suprafaţă:

$$\dot{E}_i = \dot{E}_e \tag{2.6}$$

Legea lui **Fourier** pentru **conducţia termică**:

$$\dot{Q}_x'' = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx} \tag{2.7}$$

iar pentru un perete plan:

$$\dot{Q}_x'' = \lambda \cdot \frac{T_1 - T_2}{L} = \lambda \cdot \frac{\Delta T}{L} \tag{2.8}$$

Legea lui **Newton** pentru **convecţia termică**:

$$\dot{Q}'' = \alpha \cdot \left(T_s - T_\infty\right) \tag{2.9}$$

Legea **Stefan – Boltzmann** pentru **radiaţia termică** a corpului absolut negru (ideal):

$$\dot{E}_0 = \sigma \cdot T_s^4 \tag{2.10}$$

iar pentru corpul cenuşiu (real):

$$\dot{E} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_s^4 \tag{2.11}$$

Fluxul termic radiativ net ce părăseşte o suprafaţă:

$$\dot{Q} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot \left(T_s^4 - T_{mi}^4\right) \tag{2.12}$$

2.2 Probleme rezolvate

Problema rezolvată R2.1

Un tranzistor de formă cilindrică, de 1 cm înălţime şi 2 cm diametru, lipit cu suprafaţa inferioară pe o placă de circuite integrate are o putere disipată de 0,2 W. Presupunând că energia termică este disipată uniform prin suprafeţele expuse mediului înconjurător să se determine:

a) căldura disipată în 24 de ore de funcţionare continuă;

b) fluxul termic unitar;

c) raportul dintre cantităţile disipate prin suprafaţa superioară şi cea laterală.

Soluţie

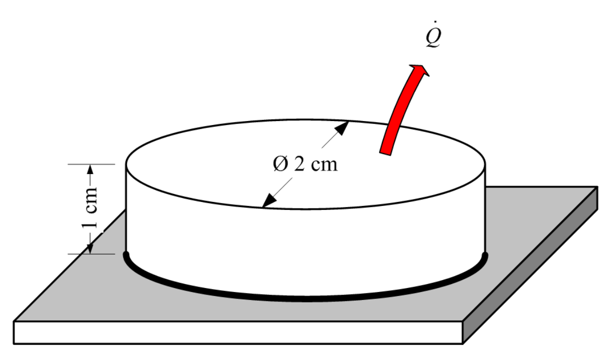
Se ştie:

- corp cilindric de dimensiuni cunoscute disipă uniform o putere de 0,2 W

Se cere:

- căldura disipată în 24 de ore;
- fluxul termic unitar;
- raportul dintre suprafeţe.

Schematizare:



Ipoteze:

- puterea disipată uniform prin suprafeţele expuse
- suprafaţa inferioară este lipită de placa de circuite integrate. Dacă lipirea se efectuează cu materiale termoizolante, transferul de căldură este neglijabil prin această suprafaţă.

Proprietăţi:

-

Analiză:

a) Puterea disipată este $\dot{Q} = 0,2\left[W\right] = 0,2\left[J/s\right]$. Deci, căldura disipată în 24 de ore

$$Q = \dot{Q} \cdot \Delta t = 0,2\left[\frac{J}{s}\right] \cdot 24\left[ore\right] \cdot 3600\left[\frac{s}{ora}\right]$$

$$Q = 17,28\left[kJ\right]$$ ◄

b) Prin definiţie, fluxul temic unitar este: $\dot{Q}'' = \frac{\dot{Q}}{A}$

Conform ipotezei că transferul de căldură se produce uniform prin suprafeţele expuse, aria totală considerată este formată din suma ariilor superioară şi laterală:

$$A = A_{sup} + A_{lat} = \frac{\pi D^2}{4} + \pi DH = \frac{\pi \cdot \left(0,02\right)^2}{4}\left[m^2\right] + \pi \cdot \left(0,02\right) \cdot \left(0,01\right)\left[m^2\right]$$

$$A = 9,42 \times 10^{-4}\left[m^2\right]$$

Astfel, fluxul termic unitar devine:

$$\dot{Q}'' = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{0,2\left[W\right]}{9,42 \times 10^{-4}\left[m^2\right]}$$

$$\dot{Q}'' = 212,2\left[\frac{W}{m^2}\right]$$ ◄

c) Raportul dintre cantităţile disipate prin suprafaţa superioară şi cea laterală se reduce la raportul ariilor implicate în transferul de căldură:

$$\frac{\dot{Q}_{sup}}{\dot{Q}_{lat}} = \frac{\dot{Q}'' \cdot A_{sup}}{\dot{Q}'' \cdot A_{lat}} = \frac{A_{sup}}{A_{lat}} = \frac{\frac{\pi \cdot (0,02)^2}{4}\left[m^2\right]}{\pi \cdot (0,02) \cdot (0,01)\left[m^2\right]}$$

$$\frac{\dot{Q}_{sup}}{\dot{Q}_{lat}} = 0,5$$ ◄

Concluzii / Comentarii:

- prin suprafaţa superioară se degajă cu 50% mai puţină căldură;
- dacă tranzistorul nu ar fi fost lipit pe placă, ci ar fi plasat la o distanţă oarecare de placă, atunci trebuie considerată şi suprafaţa inferioară ca parte a suprafeţei totale de transfer de căldură.

  $A = 12,6 \times 10^{-4}\left[m^2\right]$ şi deci:

  $$\dot{Q}'' = 159,2\left[\frac{W}{m^2}\right]$$

  $$\frac{\dot{Q}_{sup+inf}}{\dot{Q}_{lat}} = 1$$

Problema rezolvată R2.2

Suprafaţa exterioară a peretelui unui cuptor are temperatura de 120°C. Pierderile de căldură de la perete către mediul exterior (aflat la 20°C) au fost estimate la 1800 W, neglijându-se radiaţia termică. Prin ataşarea unui strat izolator de conductivitate termică λ = 0,03 W/mK, de aceeaşi suprafaţă cu peretele, A = 2 m^2, şi de grosime δ = 2 cm, se urmăreşte reducerea acestor pierderi.

a) Este posibil sau nu? Consideraţi cazul ideal în care suprafaţa exterioară a stratului izolator se află la temperatura mediului înconjurător. Care este valoarea pierderilor?

b) Dacă se păstrează aceleaşi caracteristici ale convecţiei termică, care este valoarea pierderilor în cazul real?

Soluţie

Se ştie:

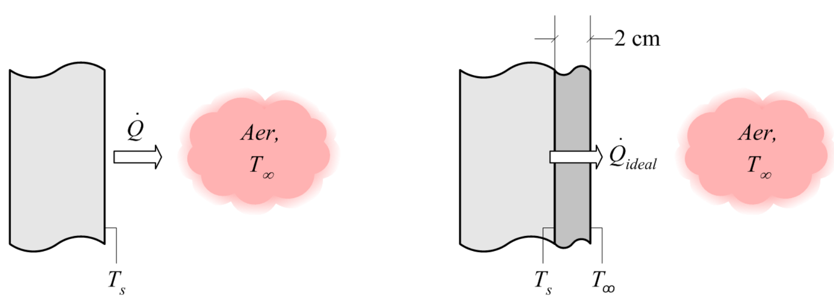
- se încearcă reducerea pierderilor de căldură de la peretele unui cuptor prin adăugarea unui strat izolator.
- temperaturile, proprietăţile termofizice ale materialului sunt specificate.

Se cere:

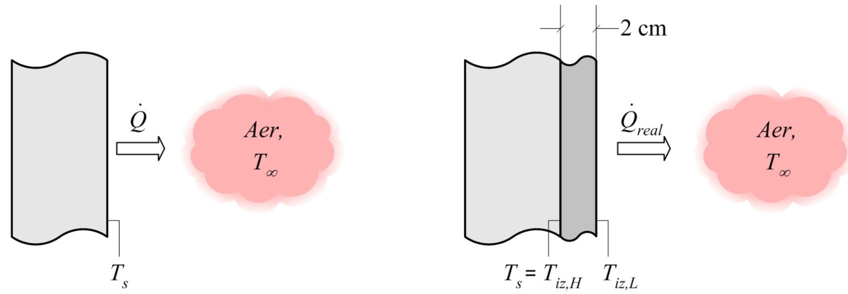
- valoarea pierderilor în cazul ideal;
- valoarea pierderilor în cazul real.

Schematizare:

- cazul ideal



- cazul real



Ipoteze:

- regim staţionar, radiaţie termică neglijabilă;
- propietăţi constante a materialului izolator;
- atât pentru cazul ideal, cât şi pentru cazul real, contactul între stratul izolator şi peretele cuptorului se consideră a fi un contact perfect, fără diferenţe de temperatură între cele două suprafeţe

Proprietăţi:

-

Analiză:

a) Pentru a putea da un răspuns rapid la întrebarea din textul problemei, vom analiza cazul ideal; conform legii lui Fourier,

$$\dot{Q} = \frac{\lambda}{\delta} \cdot A \cdot \Delta T$$

Dacă A, δ şi λ au valori determinate, valoarea maximă a fluxului termic se atinge când diferenţa de temperatură este maximă. Adică, pentru temperaturile suprafeţelor stratului izolator de 120°C (în contact perfect cu peretele cuptorului), respectiv 20°C (la aceeaşi temperatură cu mediul exterior).

În consecinţă dispare convecţia termică, iar problema se reduce la conducţie termică pură:

$$\dot{Q} = \frac{0,03\left[W/mK\right]}{0,02\left[m\right]} \cdot 2\left[m^2\right] \cdot \left(120 - 20\right)\left[K\right]$$

$$\dot{Q}_{ideal} = 300\left[W\right]$$ ◀

Comparativ cu pierderile iniţiale, acestea s-au redus de 6 ori, deci este posibilă reducerea pierderilor prin adăugarea unui strat izolator.

b) În cazul real, temperatura suprafeţei exterioare a stratului izolator este mai mare de 20°C, deci va exista convecţie termică de la perete către mediul exterior. Aplicând ecuaţia de bilanţ termic la suprafaţa exterioară se obţine succesiv:

$$\dot{E}_i = \dot{E}_e \Rightarrow \dot{Q}_{cond} = \dot{Q}_{conv}$$

deci,

$$\frac{\lambda}{\delta} \cdot A \cdot \left(T_{iz,H} - T_{iz,L}\right) = \alpha \cdot A \cdot \left(T_{iz,L} - T_{\infty}\right)$$

Deoarece se păstrează aceleaşi caracteristici ale procesului de convecţie termică, atunci se poate determina coeficientul convectiv de transfer de căldură,

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A \cdot \left(T_s - T_{\infty}\right) \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\dot{Q}}{A \cdot \left(T_s - T_{\infty}\right)}$$

$$\alpha = \frac{1800\left[W\right]}{2\left[m^2\right] \cdot \left(120 - 20\right)\left[K\right]} = 9\left[W/m^2K\right]$$

Singura necunoscută în ecuaţia de bilanţ ramâne acum $T_{iz,L}$:

$$T_{iz,L} = \frac{\frac{\lambda}{\delta} \cdot T_{iz,H} + \alpha \cdot T_{\infty}}{\frac{\lambda}{\delta} + \alpha} = \frac{\frac{0,03\left[W/mK\right]}{0,02\left[m\right]} \cdot 120\left[°C\right] + 9\left[W/m^2K\right] \cdot 20\left[°C\right]}{\frac{0,03\left[W/mK\right]}{0,02\left[m\right]} + 9\left[W/m^2K\right]} = 34,3\left[°C\right]$$

$$T_{iz,L} = 34,3\left[°C\right]$$

În această situaţie, fluxul termic devine:

$$\dot{Q} = \frac{0,03\left[W/mK\right]}{0,02\left[m\right]} \cdot 2\left[m^2\right] \cdot \left(120 - 34,3\right)\left[K\right]$$

$$\dot{Q}_{real} = 257,1\left[W\right]$$ ◄

adică fluxul termic este de 7 ori mai mic decât cel iniţial. Deci în cazul real, există o reducere mai accentuată a pierderilor de căldură.

Concluzii / Comentarii:

- prin adăugarea stratului izolator, pierderile de căldură se reduc de 6 ori în cazul idealizat (fară convecţie termică), şi de 7 ori în cazul real;
- diferenţa între cele două cazuri analizate nu este foarte mare, studiul cazului idealizat fiind facil şi oferind rapid un rezultat acceptabil;
- remarcaţi două condiţii impuse în textul problemei, care, în realitate, nu sunt satisfăcute:
    - temperatura peretelui cuptorului nu rămâne constantă, ci va creşte în cazul reducerii fluxului termic către exterior;
    - coeficientul convectiv de transfer de căldură depinde de temperatura suprafeţei, deci va avea valori diferite când temperatura suprafeţei este la 120°C sau la 34°C.
- de asemenea, cazul real tratat în această problemă nu respectă în totalitate o situaţie reală. Prin ipoteza contactului ideal între suprafeţe, se consideră că temperatura pe faţa exterioară a peretelui cuptorului este identică cu cea de pe suprafaţa interioară a stratului izolator. În realitate, funcţie de materialele folosite şi modalitatea de realizare a contactului, va exista o diferenţă (salt) de temperatură între cele două suprafeţe, adică valorile considerate în cazul (b) se vor modifica.

Problema rezolvată R2.3

Un element electric de încălzire, de formă cilindrică, are lungimea 50 cm şi diametrul 1 cm. Plasat în cuva unei maşini de spălat, acesta degajă prin suprafaţa laterală 1500 W pentru încălzirea apei.

a) Dacă temperatura suprafeţei laterale a elementului este 100°C, în cât timp încălzeşte 15 kg apă, de la 15°C la 30°C?

b) Care este coeficientul convectiv de transfer de căldură la începutul, respectiv la sfârşitul procesului de încălzire?

Soluţie

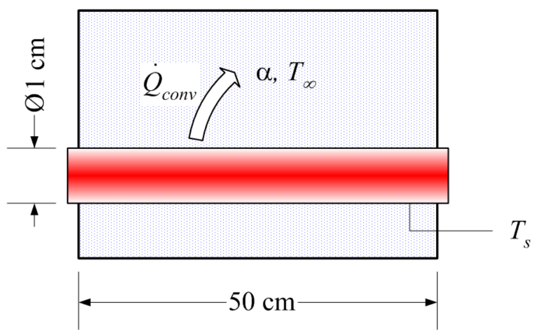
Se ştie:

- corp cilindric de dimensiuni cunoscute disipă uniform o putere de 1500 W pentru încălzirea apei cu 15°C

Se cere:

- timpul necesar încălzirii;
- coeficientul convectiv de transfer de căldură la începutul şi sfârşitul încălzirii;

Schematizare:



Ipoteze:

- regim staţionar
- proprietăţile termice ale apei sunt relativ constante
- pierderi termice neglijabile prin pereţii cuvei.

Proprietăţi:

- apă la 25°C: c_p = 4185 J/kgK

Analiză:

a) În regim staţionar, $\dot{Q} = E = 1500\left[W\right]$.

Ştiind că $Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T \;\Rightarrow\; \dot{Q} \cdot \Delta t = m \cdot c_p \cdot \Delta T$, atunci

$$\Delta t = \frac{m \cdot c_p \cdot \Delta T}{\dot{Q}} = \frac{15\left[kg\right] \cdot 4185\left[J/kgK\right] \cdot 15\left[K\right]}{1500\left[J/s\right]} \;,$$

deci $\Delta t = 627{,}75\left[s\right] \cong 10{,}5\left[min\right]$ ◄

b) Coeficientul convectiv de transfer de căldură se obţine din Legea lui Newton:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A \cdot \left(T_s - T_\infty\right) \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\dot{Q}}{A \cdot \left(T_s - T_\infty\right)}$$

Aria considerată pentru transferul de căldură este:

$$A_{lat} = \pi DL = \pi \cdot \left(0{,}01\right) \cdot \left(0{,}5\right)\left[m^2\right], \text{ deci } A_{lat} = 15{,}7 \times 10^{-3}\left[m^2\right]$$

Astfel, la începutul procesului de încălzire $\left(T_s - T_\infty\right) = \left(100 - 15\right)\left[°C\right] = 85\left[K\right]$:

$$\alpha = \frac{1500\left[W\right]}{15{,}7 \times 10^{-3}\left[m^2\right] \cdot 85\left[K\right]} = 1123{,}44\left[\frac{W}{m^2K}\right] \;,$$ ◄

iar la sfârşitul procesului de încălzire $\left(T_s - T_\infty\right) = \left(100 - 30\right)\left[°C\right] = 70\left[K\right]$:

$$\alpha = \frac{1500\left[W\right]}{15{,}7 \times 10^{-3}\left[m^2\right] \cdot 70\left[K\right]} = 1368{,}20\left[\frac{W}{m^2K}\right]$$ ◄

Concluzii / Comentarii:

- de obicei, proprietăţile fluidului se determină la o temperatură medie între cea a suprafeţei şi cea a fluidului, deoarece stratul de fluid din imediata vecinătate a elementului de încălzire are aceeaşi temperatură cu acesta. Aici, încălzirea întregii cantităţi de fluid se produce într-o plajă de valori precizată, iar temperatura de determinare a proprietăţilor a fost aleasă în acest interval.

Problema rezolvată R2.4

O cutie de formă cubică cu laturi de 20 cm ce conţine circuite electronice este plasată pe exteriorul unei navete spaţiale şi se presupune că va funcţiona în vacuum perfect. Cutia are pereţi subţiri, din material conductiv şi este amplasată astfel încât toţi pereţii sunt expuşi mediului exterior. Circuitele electronice sunt plasate uniform pe suprafeţele interioare ale cutiei şi au aceeaşi temperatură cu acestea. Dacă emisivitatea suprafeţei exterioare este de 0,95 şi puterea totală disipată este de 100 W, la ce temperatură vor funcţiona circuitele electronice? Ştiind că temperatura maximă de funcţionare este 55°C, circuitele vor funţiona normal sau nu? Consideraţi temperatura mediului înconjurător din spaţiul cosmic de -200°C.

Soluţie

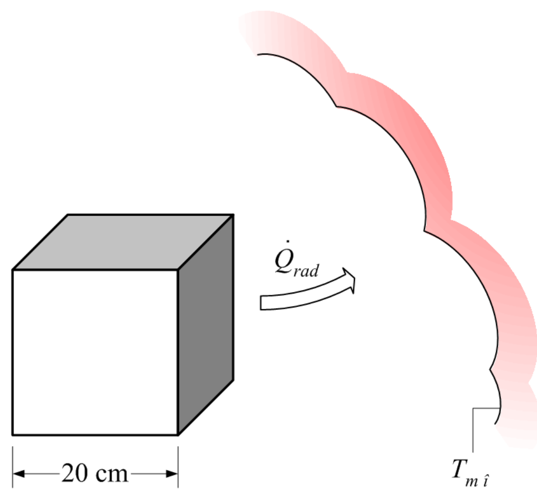
Se ştie:

- cutie de formă cubică cu latura de 20 cm ce va funcţiona în vacuum, cu valori cunoscute pentru emisivitatea suprafeţelor şi puterea disipată.

Se cere:

- temperatura de funcţionare a circuitelor, comparativ cu temperatura maximă.

Schematizare:



Ipoteze:

- regim staţionar
- radiaţie pură, alte moduri de transfer de căldură inexistente

Proprietăţi:

-

Analiză:

a) Din ecuaţia Stefan – Boltzmann, a fluxului termic ce radiază de la o suprafaţă:

$$\dot{Q} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot \left(T_s^4 - T_{mi}^4\right)$$

se poate determina temperatura suprafeţei: $T_s = \left[T_{mi}^4 + \frac{\dot{Q}}{\varepsilon \cdot \sigma \cdot A}\right]^{1/4}$. Adică,

$$T_s = \left[\left(273 - 200\right)\left[K^4\right] + \frac{100\left[W\right]}{0,95 \cdot 5,67 \times 10^{-8}\left[W/m^2K^4\right] \cdot 0,24\left[m^2\right]}\right]^{1/4},$$

$$T_s = 296,8\left[K\right]$$ ◄

Cum $T_s = 296,8\left[K\right] = 23,8\left[°C\right] < 55\left[°C\right]$, circuitele electronice vor funcţiona în parametri normali.

Concluzii / Comentarii:

Dacă se consideră numai emisia de energie şi nu transferul net radiativ de căldură, adică se neglijează „mediul înconjurător”

$$\dot{Q} = \dot{E} \cdot A = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T_s^4$$

atunci rezultatul este $T_s = 296,6\left[K\right]$, adică o eroare neglijabilă.

Problema rezolvată R2.5

Termosul este un recipient utilizat pentru menţinerea fluidelor la temperatură constantă, fie ridicată (cafea, ceai), fie scăzută (sucuri, ceai rece). În principiu, acesta este construit dintr-un înveliş cu pereţi dubli, cu spaţiu vidat între pereţi.

a) Presupunând că termosul conţine o băutură răcoritoare şi îl luaţi vara pe plajă, identificaţi toate procesele de transfer de căldură care apar la încălzirea lichidului din termos. Particularizaţi ecuaţia de bilanţ energetic pentru peretele exterior.

b) Cum se modifică schema şi ecuaţia de bilanţ energetic dacă izolaţia de tip spaţiu vidat cedează, iar spaţiul dintre pereţi se umple cu aer?

c) Dar dacă termosul este aruncat în spaţiul cosmic?

Soluţie

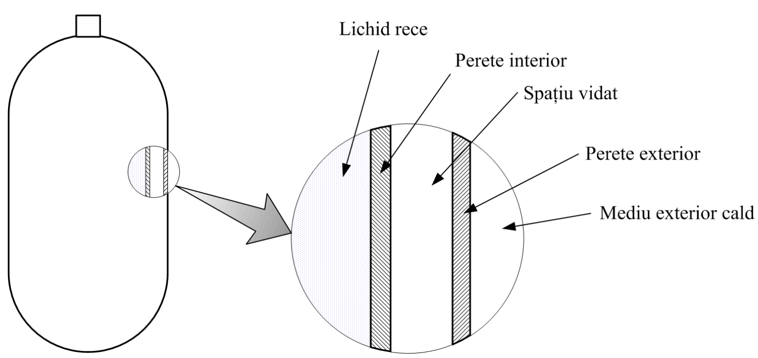
Se ştie:

- băutură răcoritoare stocată într-un termos aflat pe o plajă fierbinte. Lichidul separat de exterior prin izolaţie de tip spaţiu vidat.

Se cere:

- identificarea proceselor de transfer de căldură; aplicarea ecuaţiei de bilanţ energetic pentru peretele exterior;
- cum se modifică acestea când spaţiul vidat este umplut cu aer;
- cum se modifică acestea când termosul este aruncat în spaţiul cosmic.

Schematizare:



Ipoteze:

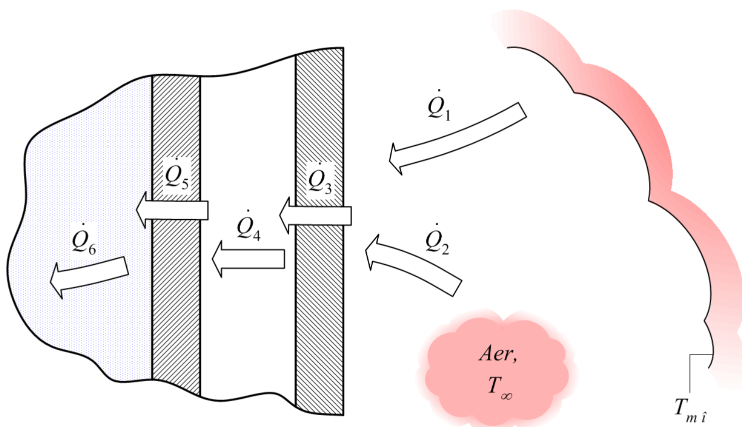
- izolaţia de tip spaţiu vidat asigură un vacuum perfect între cei doi pereţi;
- se neglijează pierderile prin dopul izolator;
- spaţiul cosmic are o temperatură foarte scăzută, apropiată de zero absolut;
- spaţiul cosmic poate fi asemănat cu un vacuum perfect (vid absolut).

Proprietăţi:

-

Analiză:

a) Procesele de transfer de căldură sunt identificate pe schema de mai jos:



$\dot{Q}_1$ = radiaţie termică de la mediul înconjurător către peretele exterior

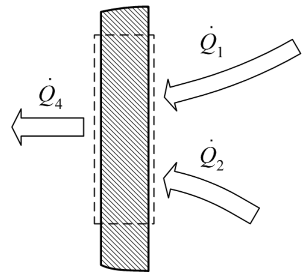
$\dot{Q}_2$ = convecţie liberă de la aerul cald către peretele exterior

$\dot{Q}_3$ = conducţie termică prin peretele exterior

$\dot{Q}_4$ = radiaţie termică de la peretele exterior către peretele interior

$\dot{Q}_5$ = conducţie termică prin peretele interior

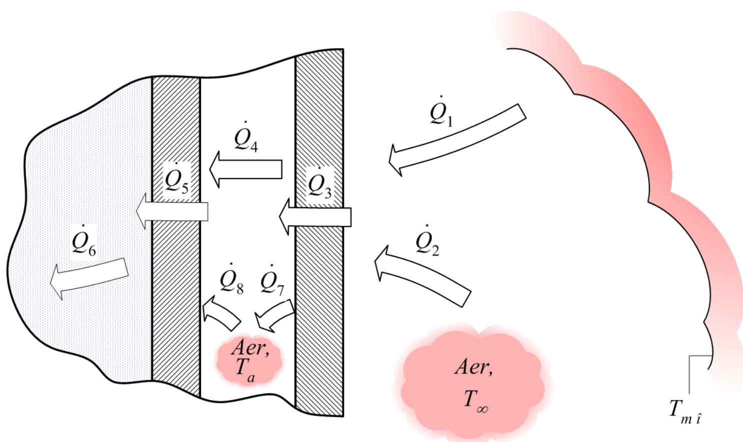
$\dot{Q}_6$ = convecţie liberă de la peretele interior către lichidul rece.



Pentru peretele exterior, ecuaţia de bilanţ energetic se particularizează astfel:

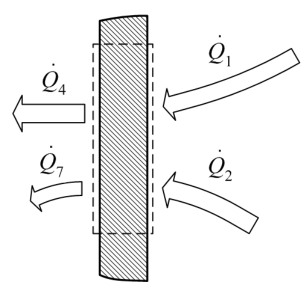
$$\dot{E}_i - \dot{E}_e + \dot{E}_{gen} = \dot{E}_{st} \quad \text{devine} \quad \dot{E}_i = \dot{E}_e \quad \Rightarrow \quad \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 = \dot{Q}_4$$

b) Schema se modifică astfel:



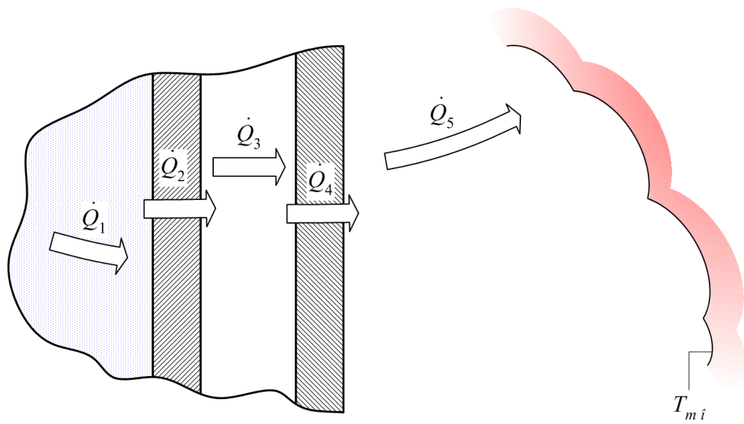
$\dot{Q}_7$ = convecţie liberă de la peretele exterior către aerul din spaţiul dintre pereţi

$\dot{Q}_8$ = convecţie liberă de la aerul din spaţiul dintre pereţi către peretele interior



şi ecuaţia de bilanţ este: $\dot{E}_i - \dot{E}_e + \dot{E}_{gen} = \dot{E}_{st} \quad \text{devine} \quad \dot{E}_i = \dot{E}_e \quad \Rightarrow \quad \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 = \dot{Q}_4 + \dot{Q}_7$

c) În acest caz, fluxul termic este dinspre interior către exterior, iar schema se modifică astfel:



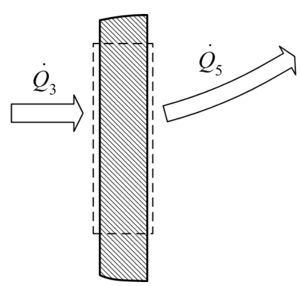
$\dot{Q}_1$ = convecţie liberă de la lichid către peretele interior

$\dot{Q}_2$ = conducţie termică prin peretele interior

$\dot{Q}_3$ = radiaţie termică de la peretele interior către peretele exterior

$\dot{Q}_4$ = conducţie termică prin peretele exterior

$\dot{Q}_5$ = radiaţie termică către spaţiul cosmic



În acest caz, ecuaţia de bilanţ se simplifică astfel:

$$\dot{E}_i - \dot{E}_e + \dot{E}_{gen} = \dot{E}_{st} \quad \text{devine} \quad \dot{E}_i = \dot{E}_e \quad \Rightarrow \quad \dot{Q}_3 = \dot{Q}_5$$

Concluzii / Comentarii:

-

2.3 Probleme propuse

Problema P2.1

O bilă de cupru cu diametrul de 10 cm trebuie încălzită de la o temperatură de 20°C la o temperatură de 120°C în 40 de minute. Să se determine:

a) căldura transferată către bila de cupru;
b) fluxul termic mediu;
c) fluxul termic unitar mediu.

Problema P2.2

Compartimentul de congelare al unui frigider este considerat de formă cubică cu latura de 0,5 m. Care este grosimea minimă a stratului de izolaţie (λ = 0,025 W/mK) ce trebuie aplicat pe laturile exterioare pentru a reduce pierderile de frig către exterior sub 500 W? Consideraţi temperatura de -10°C la interior şi respectiv $+30$°C la exterior.

Problema P2.3

Unul dintre pereţii exteriori ai unei case are dimensiunile de 5 m lungime, 3 m înălţime şi 0,10 m grosime. Conductivitatea termică a materialului din care este fabricat peretele este λ = 0,8 W/mK. Temperaturile medii ale suprafeţelor interioară şi exterioară, măsurate pe o perioadă de 10 ore sunt de 14°C şi respectiv 4°C.

a) determinaţi fluxul termic prin acest perete;
b) presupunând un cost mediu al unităţii de energie de 0,1 Euro/kWh, care este costul datorat pierderilor termice prin acest perete, pe perioada de timp specificată.

Problema P2.4

Se consideră doi pereţi plani de dimensiuni identice şi supuşi la aceeaşi diferenţă de temperatură. Unul dintre pereţi este alcătuit din zidărie, cu o conductivitate termică de 1,0 W/mK, iar celălalt din materiale compozite. Care este conductivitatea termică a peretelui alcătuit din materiale compozite, ştiind că fluxul termic unitar este cu 30% mai mic decât cel prin peretele de zidărie?

Problema P2.5

O placă circuite integrate conţine 50 de circuite electronice identice, care sunt plasate foarte aproape unul de celălalt, în contact direct cu placa. Fiecare circuit disipă o putere de 100 W, iar temperatura nominală de funcţionare este de 80°C. Ştiind că 80% din fluxul termic disipat de către circuite este transferat prin convecţie liberă către mediul ambiant, să se determine temperatura plăcii de circuite integrate pe suprafaţa opusă circuitelor electronice. Dimensiunile geometrice ale plăcii sunt 20x10x0,2 cm (lungime, lăţime, grosime) şi materialul plăcii are conductivitatea termică λ = 25 W/mK.

Problema P2.6

Un element electric de încălzire de formă cilindrică, cu diametrul de 2 cm şi lungimea de 30 cm, este plasat succesiv într-un curent de aer cu viteza de 10 m/s, respectiv într-un curent de apă cu viteza de 1,0 m/s. Ambele fluide au aceeaşi temperatură, 25°C, iar cea a suprafeţei elementului de încăzire este 100°C. Care este valoarea coeficientului de transfer de căldură în cele două cazuri, ştiind că elementul disipă 10 kW în cazul apei şi 400 W în cazul aerului?

Problema P2.7

O ţeavă din sistemul de încălzire al unui bloc trece prin subsolul clădirii, unde iarna temperatura aerului este de 5°C. Agentul termic vehiculat prin ţeavă asigură o temperatură uniformă de 80°C la suprafaţa exterioară a ţevii. Presupunând un coeficient convectiv de transfer de căldură α = 25,5 W/m^{2}K şi un diametru exterior de 10 cm,

a) care este fluxul termic disipat pe unitatea de lungime a ţevii?
b) Dacă ţeava are 15 m lungime şi o gigacalorie costă circa 50 Euro, care este pierderea financiară înregistrată în 24 de ore?

Problema P2.8

Suprafaţa exterioară a peretelui unei case are temperatura de 4°C. Fluxul termic conductiv transferat prin perete către suprafaţa exterioară este de 1200 W. Ştiind că peretele are o suprafaţă de 15 m^2 şi că temperatura aerului exterior este de –6°C, să se determine coeficientul convectiv de transfer de căldură.

Problema P2.9

Pentru a menţine ceaiul cald la o temperatură de 40°C, ceainicul este plasat pe o plită electrică. Energia generată de plită menţine suprafaţa exterioară a bazei ceainicului la o temperatură de 95°C. Pierderile de căldură prin suprafeţele laterale ale ceainicului sunt de 400 W. Să se determine coeficientul convectiv de transfer de căldură de la suprafaţa interioară a bazei ceainicului către lichid, ştiind că baza ceainicului are 2 mm grosime, 20 cm^2 suprafaţă şi o conductivitate termică λ = 80 W/m^2K.

Problema P2.10

Un termos cu pereţi subţiri şi izolaţie tip spaţiu vidat conţine gheaţă la 0°C. Termosul este plasat într-un mediu de 27°C astfel încât, după o perioadă de timp suficient de îndelungată, învelişul exterior ajunge la echilibru termic cu mediul, iar învelişul interior la echilibru termic cu gheaţa. Consideraţi învelişul interior ca un cilindru de oţel inoxidabil cu d = 6 cm şi H = 20 cm, iar emisivitatea ε = 0,6. Să se determine:

a) pierderile termice (fluxul termic);
b) dacă la presiune atmosferică avem căldura latentă de topire h_{sl} = 334 kJ/kg, care este cantitatea de gheaţă ce se topeşte în 24 de ore?
c) cât timp este necesar pentru topirea totală a gheţii?

Problema P2.11

Senzaţiile de „frig" şi de „cald" în timpul iernii sau verii sunt datorate în mare parte radiaţiei termice de la suprafaţa corpului uman către obiectele înconjurătoare (mediul înconjurător). Consideraţi o persoană aflată într-o încăpere ai cărei pereţi se menţin la o temperatură constantă de 14°C iarna şi 24°C vara. Dacă persoana are o suprafaţă exterioară totală de 1,5 m^2 la o temperatură medie de 29°C şi emisivitate ε = 0,95, comparaţi fluxurile termice degajate în cele două anotimpuri.

Problema P2.12

Un oţelar poate determina temperatura materialului topit după intensitatea strălucirii acestuia, o abilitate ce necesită mulţi ani de antrenament. Un fluxmetru, un dispozitiv ce măsoară fluxul termic unitar radiat către de materialul topit, indică o valoare de 100.000 W/m^2. Ştiind că în hala de topire temperatura mediului ambiant şi a structurilor interioare este de 30°C, iar emisivitatea topiturii este ε = 0,9 să se determine temperatura materialului topit.

Problema P2.13

Un corp absolut negru la temperatura de 223°C radază termic într-o incintă vidată. La ce temperatură trebuie să se afle un corp cenuşiu de emisivitate ε = 0,7 pentru a emite aceeaşi cantitate de radiaţie termică?

Problema P2.14

Bilele de oţel turnate (d = 5 cm) se răcesc la trecerea printr-o zonă cu temperatură constantă de 20°C. Coeficientul convectiv de transfer de căldură α = 50 W/m^{2}K, iar emisivitatea materialului ε = 0,7. Dacă temperatura la suprafaţa bilelor scade de la 150°C la 50°C, să se determine fluxul termic total la începutul şi sfârşitul procesului de răcire.

Problema P2.15

Un satelit de comunicaţii de formă sferică cu raza de 5 m orbitează în jurul Terrei la o înălţime suficient de mare pentru a fi considerat în spaţiul cosmic, adică vacuum. Dacă energia generată de componentele electronice de la bordul satelitului este de 2000 W, iar suprafaţa satelitului are emisivitatea de 0,9, care este temperatura suprafeţei. Se va neglija radiaţia incidentă de la soare sau de la alte corpuri.

Problema P2.16

Procesorul unui calculator are o formă paralelipipedică cu dimensiunile geometrice de 5 cm x 5 cm x 0,5 cm. Pentru răcirea corespunzătoare a procesorului, pe partea superioară se ataşează un schimbător de căldură cu suprafaţa totală de 0,05 m^2, întreg ansamblul având o emisivitate de 0,75. Dacă la temperatura medie de 50°C procesorul disipă o putere totală de 50 W, care va fi temperatura medie a ansamblului dacă procesorul disipă 70 W? Mediul ambiant se consideră constant la 27°C.

Problema P2.17

Un conductor electric din cupru, cu diametrul D = 3 mm, lungimea L = 5 m şi rezistenţa electrică pe unitatea de lungime R_e' = 0,7 Ω/m, este plasat într-o încăpere cu aerul ambiant şi mediul înconjurător (pereţi, obiecte) la aceeaşi temperatură de 27°C. Prin conductor trece un curent electric de 4,5 A, perturbând echilibrul termic iniţial.

a) obţineţi ecuaţia de variaţie în timp a temperaturii conductorului;
b) ce temperatură are conductorul în noul punct de echilibru dacă emisivitatea este 0,79 şi coeficientul convectiv de transfer de căldură este 60 W/m^{2}K?

Problema P2.18

Peretele exterior al unei construcţii separă mediul interior, aflat la + 27°C, de mediul înconjurător exterior aflat la –13°C. Peretele are grosimea de 20 cm, conductivitatea termică λ = 1,6 W/mK şi emisivitatea ε = 0,75, iar coeficientul convectiv de transfer de căldură către exterior este α = 10 W/m^{2}K.

Se consideră că suprafaţa interioară a peretelui are aceeaşi temperatură ca a mediului interior.

a) Să se determine temperatura suprafeţei exterioare;
b) Se modifică această temperatură dacă grosimea peretelui creşte cu 50%?
c) Dar dacă, faţă de condiţiile iniţiale, se măreşte cu 50% conductivitatea termică a materialului peretelui?

Problema P2.19

Peretele unui cuptor are conductivitatea termică λ = 2,2 W/mK şi emisivitatea ε = 0,87. Temperatura aerului din turnătorie este 30°C, în timp ce mediul înconjurător se află la 22°C. Coeficientul convectiv de transfer de căldură este α = 30 W/m^{2}K. Ştiind că temperatura suprafeţei exterioare este de 75°C, iar materialul din care este alcătuit cuptorul se deteriorează la temperaturi peste 500°C, care este grosimea maximă a peretelui cuptorului?

Problema P2.20

Un colector solar pelicular cu suprafaţa de 2 m^2 este alcătuit dintr-un rezervor pelicular de apă acoperit cu un capac de sticlă pe suprafaţa expusă la soare. Consideraţi fluxul solar incident de 1000 W/m^2, temperatura mediului ambiant de 25°C, temperatura suprafeţei exterioare a capacului de sticlă de 30°C, şi coeficientul convectiv de transfer de căldură α = 20 W/m^{2}K.

a) Să se determine fluxul termic transferat către pelicula de apă;
b) Dacă sticla are 5 mm grosime şi conductivitatea termică λ = 1,4 W/mK, care este temperatura suprafeţei interioare a capacului de sticlă?
c) Pentru un debit de apă de 40 kg/oră, cu cât se modifică temperatura apei?

3 CONDUCŢIA TERMICĂ – NOŢIUNI INTRODUCTIVE

Conducţia termică reprezintă cel mai simplu mod de transfer de căldură. Analiza acestui domeniu pleacă de la noţiunile tratate anterior şi generează ecuaţia diferenţială de difuzie a căldurii. Tratarea cazurilor simple nu necesită cunoştinţe vaste de matematici speciale, ci se rezumă la aplicarea unor derivări şi integrări simple: legea lui Fourier, ecuaţia diferenţială a conducţiei termice, condiţii de univocitate.

3.1 Relaţii de calcul importante

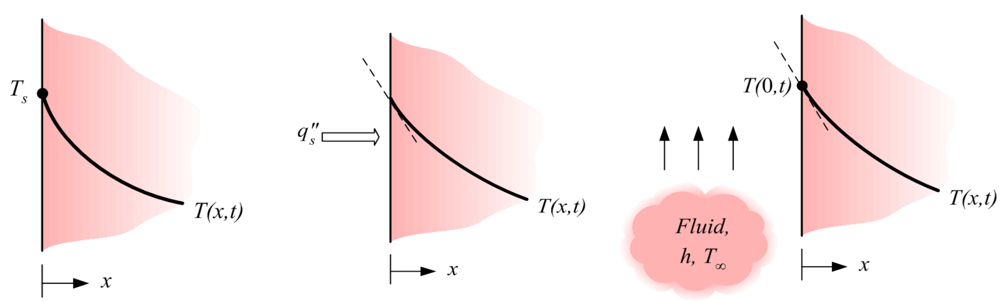
Legea lui Fourier:

$$\dot{Q}''_x = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx} \tag{3.1}$$

Ecuaţia diferenţială a conducţiei termice (coordonate carteziene)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{Q}'''_{gen} = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \tag{3.2}$$

Condiţii de univocitate: geometrice, fizice, temporale şi de contul (la limită).



Temperatură constantă	Flux termic constant	Condiţia convectivă
De speţa I	De speţa a II-a	De speţa a III-a
$T_{(0,t)} = T_s$	$-\lambda \cdot \left.\frac{dT}{dx}\right\|_{x=0} = \dot{Q}''_s$	$-\lambda \cdot \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right\|_{x=0} = \alpha \cdot \left[T_{(0,t)} - T_\infty\right]$

Ecuaţia diferenţială a conducţiei termice (coordonate cilindrice)

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda r\cdot\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(\lambda\cdot\frac{\partial T}{\partial \phi}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\cdot\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{Q}'''_{gen}=\rho\cdot c_p\cdot\frac{\partial T}{\partial t} \tag{3.3}$$

Ecuaţia diferenţială a conducţiei termice (coordonate cilindrice)

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda r^2\cdot\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(\lambda\cdot\frac{\partial T}{\partial \phi}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\lambda\cdot\sin\theta\cdot\frac{\partial T}{\partial \theta}\right)+\dot{Q}'''_{gen}=\rho\cdot c_p\cdot\frac{\partial T}{\partial t} \tag{3.4}$$

Ecuaţia lui Laplace (coordonate carteziene, proprietăţi fizice constante, fără generare şi condiţii staţionare):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=0 \tag{3.5}$$

3.2 Probleme rezolvate

Problema rezolvată R3.1

Un cilindru de rază r_0 = 5 cm și lungime L = 50 cm este realizat dintr-un material cu conductivitatea termică λ = 40 W/mK. Cilindrul este imersat într-un mediu fluid cu temperatura T_∞, necunoscută. Coeficientul de transfer termic convectiv pe suprafața cilindrului este α = 100 W/m^{2}K. Distribuția temperaturii în interiorul cilindrului, la un moment dat, este dată de relația $T(r) = a + br + cr^2$, în care a, b și c reprezintă constante dimensionale cu valorile a = 200 °C, b = -100 °C/m, c = -50 °C/m^2. Să se determine fluxul termic transferat pe suprafața laterală a cilindrului precum și temperatura fluidului.

Soluţie

Se ştie:

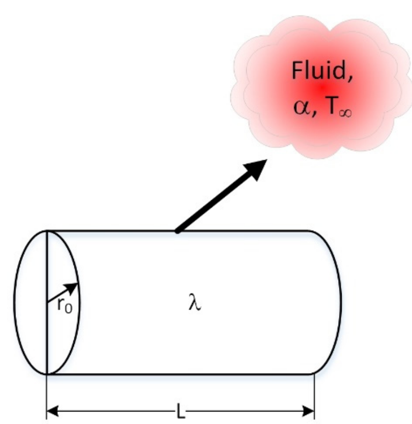
- distribuția temperaturii pe direcție radială T = T(r), în interiorul cilindrului;
- conductivitatea termică λ, coeficientul de transfer termic convectiv α.

Se cere:

a) Fluxul termic pe suprafața laterală a cilindrului;

b) Temperatura fluidului.

Schematizare:



Ipoteze:

- transferul de căldură staționar, unidimensional (pe direcție radială);
- conductivitate termică constantă și uniformă pentru cilindru.

Analiză:

Legea lui Fourier aplicată conducției termice pe direcție radială este

$$\dot{Q}_r = -\lambda \cdot A_r \cdot \frac{dT}{dr}\ ,\ \text{unde}\ \ A_r = 2\pi \cdot r \cdot L\,.$$

Folosind relația distribuției temperaturii $T(r) = a + br + cr^2 \Rightarrow \frac{dT}{dr} = b + 2cr$.

Se obține relația de calcul a fluxul termic transferat pe direcție radială

$$\dot{Q}_r = -\lambda \cdot (2\pi \cdot r \cdot L) \times (b + 2c \cdot r)$$

Particularizând această ultimă relație pentru $r = r_0$, se obține fluxul termic conductiv transferat prin suprafața laterală a a cilindrului:

$$\dot{Q}_{r=r_0} = -\lambda \cdot (2\pi \cdot r_0 \cdot L) \times (b + 2c \cdot r_0)\,.$$

Conform ecuației de bilanț termic aplicată pe suprafața laterală a cilindrului

$$\dot{Q}_{r=r_0} = \dot{Q}_{conv} \Rightarrow -\lambda \cdot (2\pi \cdot r_0 \cdot L)(b + 2c \cdot r_0) = \alpha \cdot (2\pi \cdot r_0 \cdot L)\left[T(r_0) - T_\infty\right]$$

$$T_\infty = T(r_0) + \frac{\lambda \cdot (b + 2c \cdot r_0)}{\alpha} = a + br_0 + cr_0^2 + \frac{\lambda \cdot (b + 2c \cdot r_0)}{\alpha}$$

Folosind valorile numerice precizate în enunț, se obține:

$$\dot{Q}_{r=r_0} = -40\,\frac{W}{mK} \cdot (2\pi \cdot 0.05m \cdot 0,5m) \cdot \left[-100\,\frac{°C}{m} + 2 \cdot \left(-50\,\frac{°C}{m} \cdot 0.05m\right)\right] = 659,73\ W$$

$$T_\infty = 200\ °C - 100\,\frac{°C}{m} \cdot 0.05m + (20\ °C)(0.05m)^2 +$$

◄

$$+\frac{-40\,\frac{W}{mK} \cdot \left[-100\,\frac{°C}{m} + 2 \cdot \left(-50\,\frac{°C}{m} \cdot 0.05m\right)\right]}{100\,\frac{W}{m^2K}} = 154,19\ °C$$

Problema rezolvată R3.2

O piesă cilindrică având diametrul de 30 mm și lungimea de 0,15 m este izolată adiabatic pe suprafața laterală. Cele două extremități ale piesei sunt menținute la 100°C, respectiv 20°C.

Care este fluxul termic transferat prin piesă, dacă pentru realizarea acesteia se utilizează materialele: a) cupru pur; b) aliaj Al 2024-T6 (4,5 %Cu; 1,5 % Mg; 0,6 % Mn); c) oțel inoxidabil AISI 304; d) lemn de stejar.

Soluţie

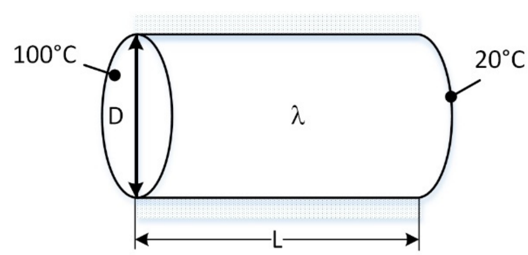
Se ştie:

- temperaturile celor două fețe ale piesei;
- dimensiunile piesei (diametru, lungime).

Se cere:

- fluxul termic transferat prin piesa cilindrică realizată din diferite materiale.

Schematizare:



Ipoteze:

- transferul de căldură staționar, unidimensional (pe direcție axială);
- suprafața laterală a piesei izolată adiabatic.

Proprietăţi:

- conductivitatea termică λ va fi apreciată la temperatura medie a piesei

$$\overline{T} = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{100 + 20}{2} = 60°C \text{ , respectiv } 60 + 273 = 333K \text{ ;}$$

- în anexa 1 valorile conductivității termice pentru materialele utilizate la realizarea piesei cilindrice sunt precizate pentru temperaturile 200 K și 400 K ce încadrează valoarea medie calculată;

- prin interpolare liniară se determină λ la 333 K, metodă acceptată, în general, pentru calcule inginerești; astfel,

$$\lambda_{333} = \lambda_{200} + \frac{\lambda_{400} - \lambda_{200}}{\lambda_{200}} \cdot (333 - 200)$$

$$\rightarrow \lambda_{333,Cu} = 413 + \frac{393 - 413}{400 - 200}(333 - 200) = 399,7\,[W/mK]$$

$$\rightarrow \lambda_{333,Al} = 163 + \frac{186 - 163}{400 - 200}(186 - 163) = 178,3\,[W/mK]$$

$$\rightarrow \lambda_{333,OL} = 12,6 + \frac{16,8 - 12,6}{400 - 200}(333 - 200) = 15,39\,[W/mK];$$

$$\rightarrow \lambda_{333,stejar} = \lambda_{300} = 0,16\,[W/mK]$$

Pentru stejar, literatura de specialitate precizează doar valoarea λ la 300 K.

Analiză:

Relația de calcul a fluxului termic transferat de-a lungul cilindrului va fi obținută din legea lui Fourier

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx}, \text{ unde } A = \frac{\pi D^2}{4}$$

Separând variabilele și integrând între limitele [0, x], respectiv [T_1, T_2], rezultă

$$\dot{Q} = \lambda \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{T_1 - T_2}{L} = \lambda \cdot \frac{\pi \cdot (0,03)^2}{4}\left[m^2\right] \cdot \frac{100 - 20}{0,15}\left[\frac{K}{m}\right] = \lambda \cdot 0,377\,[W]$$

Deci:

$\dot{Q}_{Cu} = 399,7 \cdot 0,377 = 150,69\,[W]$ $\dot{Q}_{Al} = 178,3 \cdot 0,377 = 67,22\,[W]$ ◄

$\dot{Q}_{OL} = 15,39 \cdot 0,377 = 5,8\,[W]$ $\dot{Q}_{stejar} = 0,16 \cdot 0,377 = 0,06\,[W]$ ◄

Concluzii / Comentarii:

Dependența conductivității termice de temperatură se manifestă diferit funcție de tipul materialului; astfel, pentru Cu, λ scade cu creșterea temperaturii, iar pentru aliajul de Al și OL, λ crește cu creșterea temperaturii.

Valoarea lui λ are un efect direct asupra fluxului termic transferat, Cuprul fiind materialul pentru care fluxul termic transferat este cel mai mare.

Problema rezolvată R3.3

Într-un reactor nuclear, căldura generată într-un element combustibil de uraniu de formă cilindrică având diametrul de 3 cm este de $4 \cdot 10^7$ W/m^3. Conductivitatea termică a uraniului, considerată constantă, este de 27,6 W/mK. Să se determine diferența de temperatură în interiorul elementului combustibil, între axa centrală și suprafața exterioară.

Soluţie

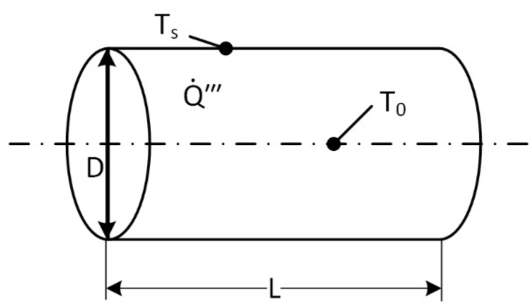
***Se ştie*:**

- fluxul termic generat în interiorul elementului combustibil.

Se cere:

- diferența de temperatură dintre axa centrală și suprafața exterioară a elementului combustibil.

Schematizare:



***Ipoteze*:**

- fluxul termic generat este uniform, sursele interne de căldură fiind uniform distribuite;
- condiții de lucru/de transfer termic staționare;
- transferul de căldură prin conducție este unidimensional, pe direcție radială;
- conductivitatea termică a materialului combustibil este constantă.

Proprietăţi:

-

Analiză:

Căldura generată în elementul combustibil este transferată prin conducție către suprafața exterioară a cilindrului.

Din legea lui Fourier

$$\dot{Q}''' \cdot V_r = -\lambda A_r \cdot \frac{dT}{dr}, \qquad \text{cu} \qquad A_r = 2\pi r \cdot L \qquad \text{şi} \qquad V_r = \pi r^2 \cdot L$$

se obține:

$$\dot{Q}''' \cdot \pi r^2 \cdot L = -\lambda \cdot 2\pi r \cdot L \cdot \frac{dT}{dr} \iff \dot{Q}''' \cdot r = -\lambda \cdot 2 \cdot \frac{dT}{dr}.$$

Prin separarea variabilelor se obține:

$$\frac{\dot{Q}'''}{2\lambda} \cdot rdr = -dT \iff dT = -\frac{\dot{Q}'''}{2\lambda} \cdot rdr.$$

Integrând între limitele r = 0, unde $T = T_0$ și $r = r_0$, unde $T = T_S$, rezultă:

$$\int_{T_0}^{T_S} dT = -\frac{\dot{Q}'''}{2\lambda} \cdot \int_0^{r_0} rdr \iff T_S - T_0 = -\frac{\dot{Q}'''}{2\lambda} \cdot \frac{r_0^2}{2} \iff T_0 - T_S = \frac{4 \times 10^7}{2 \cdot 27,6} \cdot \frac{\left(1,5 \times 10^{-2}\right)^2}{2} = 81,52°C \blacktriangleleft$$

Concluzii / Comentarii:

- Ecuația $T_S - T_0 = -\frac{\dot{Q}'''}{2\lambda} \cdot \frac{r_0^2}{2}$ obținută anterior pe baza ecuației de bilanț termic aplicată unui volum de control de rază r poate fi obținută și prin particularizarea ecuației diferențiale a conducției termice pentru sisteme radiale. În condițiile precizate prin ipotezele de lucru, aceasta devine

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dT}{dr} + \frac{\dot{Q}'''}{\lambda} = 0.$$

Rezolvarea acestei ecuații necesită precizarea a două condiții de contur:

$$T\left(r_0\right) = T_S \quad \text{și} \quad \left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=0} = 0.$$

Problema rezolvată R3.4

Distribuția de temperatură în interiorul unui perete plan omogen de grosime δ = 200 mm și conductivitate termică λ = 40 W/mK este redată de relația $T(x) = a + b \cdot x^2$ unde a = 200°C, b = -2000°C/m², iar x [m] este coordonata pe direcția de propagare a fluxului termic.

a) Care este fluxul termic generat în interiorul peretelui?
b) Care sunt fluxurile termice unitare transferate pe cele două fețe ale peretelui , $\dot{Q}''\big|_{x=0}$ și $\dot{Q}''\big|_{x=\delta}$?
c) Care sunt temperaturile pe cele două fețe ale peretelui?

Soluţie

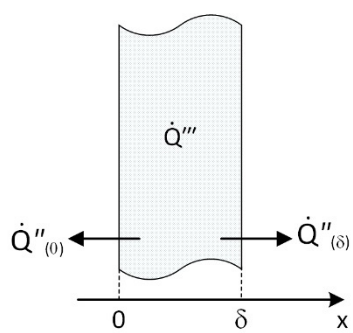
Se ştie:

- distribuția de temperatură într-un perete plan omogen de grosime și conductivitate termică cunoscute.

Se cere:

a) fluxul termic generat în interiorul peretelui, $\dot{Q}'''$;
b) fluxurile termice transferate pe cele două fețe ale peretelui.

Schematizare:



Ipoteze:

- condiții de lucru staționare;
- transferul de căldură unidimensional (perpendicular pe perete);
- proprietăți fizice constante.

Analiză:

a) Ecuația diferențială a conducției termice particularizată pentru condițiile din problemă are următoarea formă

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{Q}'''}{\lambda} = 0 \Leftrightarrow \dot{Q}''' = -\lambda \cdot \frac{d}{dx}\left(\frac{dT}{dx}\right)$$

Apoi $T(x) = a + b \cdot x^2 \rightarrow \frac{dT}{dx} = 2bx$ şi înlocuind se obţine:

$$\dot{Q}''' = -\lambda \cdot \frac{d}{dx}\left(2bx\right) = -2\lambda b = -2 \cdot 40 \cdot (-2000) = 16 \times 10^4 \left[\frac{W}{m^3}\right]$$ ◄

b) Fluxurile termice transferate prin cele două fețe ale peretelui pot fi determinate aplicând ecuația Fourier. Rezultă

$$\dot{Q}'' = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx} = -\lambda \cdot \frac{d}{dx}\left(a + b \cdot x^2\right) = -\lambda \cdot \left(2bx\right) = -2\lambda bx .$$

- la $x = 0 \rightarrow \dot{Q}''(0) = 0 \left[W / m^2\right]$; ◄
- la $x = \delta \rightarrow \dot{Q}''(\delta) = -2 \cdot 40 \cdot (-2000) \cdot 0,2 = 32 \times 10^3 \left[W / m^2\right]$. ◄

Observație: Fluxul termic unitar $\dot{Q}''(\delta)$ are valoare pozitivă, deci este orientat în sensul pozitiv al axei Ox.

c) temperaturile pe cele două fețe ale peretelui se obțin din distribuția de temperatură; astfel

$$T(0) = a + b \cdot 0 = 200 \left[°C\right]$$

$$T(\delta) = a + b \cdot \delta^2 = 200 - 2000 \cdot \left(0,2\right)^2 = 120 \left[°C\right].$$

Concluzii / Comentarii:

Cheia de verificare a rezultatelor este reprezentată de ecuația de bilanț termic aplicată unei suprafețe de 1 m^2 din peretele plan considerat; astfel,

$$\dot{Q}''_{intrata} - \dot{Q}''_{iesita} + \dot{Q}''' \cdot \delta = 0$$, adică:

$$\dot{Q}''\Big|_{x=0} - \dot{Q}''\Big|_{x=\delta} + \dot{Q}''' \cdot \delta = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 - 32 \times 10^3 + 16 \times 10^4 \times 0,2 = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = 0$$

deci, ecuația de bilanț termic este verificată, rezultatele fiind corecte.

Problema rezolvată R3.5

Un perete plan realizat dintr-un material cu conductivitate termică constantă și fără surse interne de căldură se găsește inițial la temperatură uniformă T_i .

La un moment dat, suprafața din stânga (poziția x = 0) este încălzită de un fluid cu temperatura T_∞ , înregistrându-se coeficientul de transfer termic convectiv α , în timp ce suprafața din dreapta (x = δ) este izolată adiabatic.

a) Particularizați ecuația diferențială a conducției termice pentru acest caz și identificați condițiile inițiale și de contur adecvate pentru rezolvarea acestei ecuații și obținerea temperaturii în perete la diverse profunzimi;

b) Reprezentați în coordonate (T - x) distribuția de temperatură în perete pentru următoarele situații: momentul inițial (t = 0); condiții de lucru staționare ($t \to \infty$); alte două momente intermediare.

c) În coordonate ($\dot{Q}''_x$ - t) reprezentați fluxul termic unitar pentru pozițiile x = 0 și x = δ; ce se deduce din această reprezentare?

Soluţie

Se ştie:

- perete plan, aflat inițial la temperatură uniformă, încălzit la un moment dat pe suprafața din stânga de un fluid.

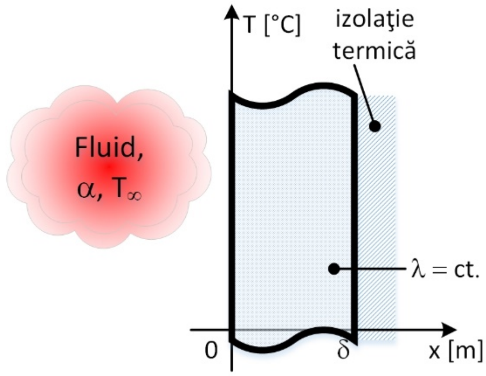
Se cere:

a) ecuația diferențială a conducției termice și condițiile inițiale și la limită adecvate pentru rezolvarea ecuației și obținerea distribuției de temperatură $T(x,t)$;

b) reprezentarea $T(x,t)$ pentru momentul inițial (t = 0); condiții de lucru staționare ($t \to \infty$); alte două momente intermediare;

c) reprezentarea fluxului termic transferat între fluid și perete ca o funcție de timp;

Schematizare:



Ipoteze:

- transferul de căldură unidimensional (perpendicular pe perete);
- proprietăți fizice constante;
- absența surselor interne de căldură.

Analiză:

a) Ecuația diferențială a conducției termice particularizată pentru condițiile din problemă are următoarea formă

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

Condiții inițiale:

$t = 0 \rightarrow T(x,0) = T_i$ (temperatură uniformă).

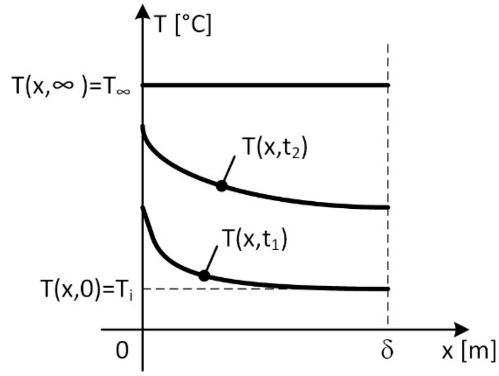
Condiții la limită:

- din ecuația de bilanț termic la suprafaţă: $\dot{Q}''_{conv} = \dot{Q}''_{cond}$:

$$x = 0 \rightarrow -\lambda \cdot \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = \alpha \cdot \left[T_\infty - T(0,t)\right]$$

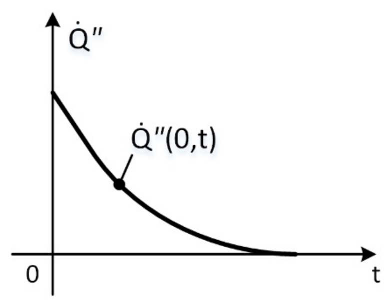
$$x = \delta \rightarrow \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=\delta} = 0 \quad \text{(suprafață adiabatică)}$$

Distribuția de temperatură pe grosimea peretelui $T(x,t)$ este:



Se observă că gradientul de temperatură pe suprafața din stânga scade în timp, manifestându-se o tendință de uniformizare a temperaturii în perete. După un timp de contact perete-fluid foarte mare ($\rightarrow \infty$), temperatura pe grosimea peretelui devine uniformă și egală cu temperatura mediului fluid. Evident, fluxul termic transferat este nul.

b) Variația în timp a fluxului termic transferat de la fluid către perete este:



Pentru x = 0 și la momentul inițial, fluxul termic transferat este maxim. Pe măsură ce temperatura pe această suprafață crește, diferența de temperatură și implicit fluxul termic transferat scad. Deoarece suprafața corespunzătoare poziției x = δ este adiabatică $\rightarrow$ $\dot{Q}''_x(\delta,t) = 0$.

Concluzii / Comentarii:

Fluxul termic transferat la interfața fluid-perete este orientat în sensul pozitiv al axei O-x, deci este pozitiv.

3.3 Probleme propuse

Problema P3.1

Pentru a analiza influența dependenței de temperatură a conductivității termice **λ** asupra distribuției de temperatură în interiorul unui corp solid, se consideră trei materiale caracterizate de următoarea relație $\lambda = \lambda_0 + b \cdot T$, unde λ_0 este o constantă pozitivă, iar **b** este un coeficient a cărui valoare poate fi poate fi pozitivă, negativă sau zero în funcție de tipul materialului. Să se reprezinte distribuția de temperatură asociată fiecărui caz în parte considerând că materialele sunt utilizate pentru realizarea unui perete plan omogen cu temperaturile pe suprafețele delimitatoare cunoscute.

Problema P3.2

Se consideră un perete plan paralel cu o grosime δ = 0,3 m, realizat dintr-un material cu conductivitatea termică λ = 25 W/mK. Transferul de căldură este unidimensional, staționar și se desfășoară în absența surselor interne de căldură. Temperaturile pe cele două fețe ale peretelui (T_1 și T_2) sunt considerate uniforme. Să se determine mărimile necunoscute și să se completeze următorul tabel. De asemenea, să se reprezinte distribuția de temperatură pe grosimea peretelui și să se indice direcția de propagare a fluxului termic.

Cazul	T_1 [°C or K]	T_2 [°C or K]	dT/dx [K/m]	$\dot{Q}''$ [W/m^2]
1	450 K	300 K		
2	127 °C		-180	
3	90 °C		200	
4		-15 °C		5000
5	27 °C			-2500

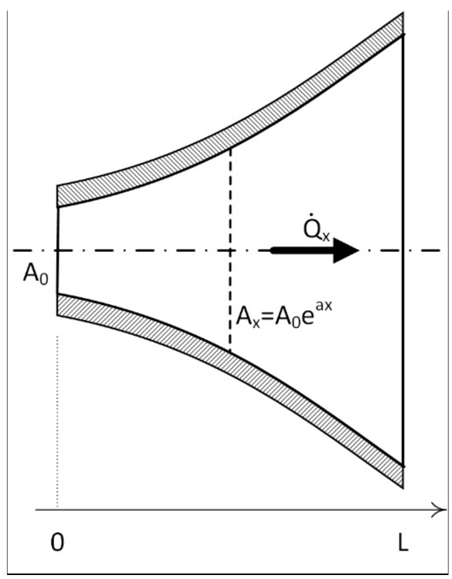
Problema P3.3

O conductă cu lungimea L = 30 m, raza interioară r_1 = 6 cm, grosimea peretelui cilindric δ = 1 cm și conductivitatea termică λ = 35 W/mK este utilizată pentru transport abur. Temperaturile pe suprafețele interioară și exterioară sunt T_1 = 160 °C, respectiv T_2 = 60 °C. Care este distribuția temperaturii pe grosimea țevii în condiții staționare? Justificați alura curbei T=T(r). Determinați fluxul termic pierdut pe toată lungimea conductei și pe 1m.

Problema P3.4

O piesă metalică de secțiune variabilă, izolată termic pe suprafața laterală, are extremitățile menținute la temperatură constantă, dar de valoare diferită, T(0), respectiv T(L). Considerând conducția termică de tip staționar, unidimensional, într-un mediu cu conductivitate termică constantă și uniformă, să se determine:

a) relația de calcul a fluxului termic conductiv și distribuția de temperatură pe direcția de propagare în cazul în care T(0) > T(L);
b) relația de calcul a fluxului termic în cazul în care în interiorul piesei există surse interne de căldură uniform distribuite care generează un flux termic $\dot{Q}'''$ = ct., iar extremitatea/fața stângă a piesei este perfect izolată termic.

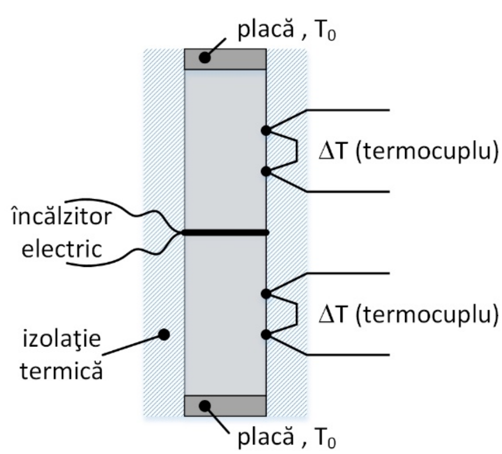


Problema P3.5

Se consideră un perete plan, omogen, de grosime δ, a cărui conductivitate termică variază liniar cu temperatura după relația $\lambda = \lambda_0 + b \cdot T$, unde λ_0 și b sunt constante precizate. Cele două suprafețe ale peretelui sunt menținute la temperaturi constante, T_1, respectiv T_2. În condițiile în care transferul de căldură prin perete este staționar, unidimensional, să se obțină relația de calcul pentru (a) fluxul termic transferat prin perete şi (b) distribuția de temperatură pe grosimea peretelui; (c) cum apreciați eroarea ce intervine în calculul fluxului termic (nulă, redusă, semnificativă), dacă se presupune conductivitate termică constantă, corespunzătoare temperaturii medii, $\overline{\lambda} = \lambda_0 + b \cdot \overline{T}$, unde $\overline{T} = \frac{T_1 + T_2}{2}$; justificați răspunsul.

Problema P3.6

Un aparat pentru determinarea conductivității termice conține, în principiu, un încălzitor electric foarte subțire (de tip folie) fixat între două probe/piese identice de diametru 5 cm și lungime 10 cm. Totul este presat între două plăci menținute la temperatură constantă de 70 °C. Suprafațele laterale ale celor două probe sunt bine izolate termic pentru a se asigura transferul de căldură unidimensional. Două termocupluri sunt sunt fixate simetric pe cele două piese, distanța dintre joncțiuni fiind de 3 cm, iar diferența de temperatură indicată de 15°C. Încălzitorul electric este alimentat la o tensiune de 110 V și este parcurs de un curent de 0,4 A. Să se determine conductivitatea termică a materialului din care sunt realizate cele două probe.



Problema P3.7

O conductă pentru transport apă caldă cu o lungime L = 10 m, raza interioară r_1 = 17 mm și raza exterioară r_2 = 20 mm este realizată dintr-un material a cărui conductivitate termică este variabilă ($\lambda = \lambda_0 + b \cdot T^2$), unde b = 2,49 x 10^{-2} W/mK^2 și λ_0 = 46,4 W/mK. Temperatura pe cele două suprafețe, interioară și exterioară, este constantă, T_1 = 60°C, respectiv T_2 = 50°C. Presupunând transferul de căldură prin perete de tip staționar, unidimensional (radial), să se determine fluxul termic transferat.

Problema P3.8

Se consideră un perete sferic cu raza interioară r_1 și raza exterioară r_2, a cărui conductivitate termică variază liniar cu temperatura, $\lambda = \lambda_0 + b \cdot T$, unde λ_0 și b sunt două constante precizate. Suprafața interioară a peretelui sferic este menținută la o temperatură constantă T_1, iar suprafața exterioară este menținută la o temperatură T_2, de asemenea constantă. Presupunând transferul de căldură unidimensional (radial) să se obțină relația de calcul (a) pentru fluxul termic transferat prin peretele sferic și (b) distribuția de temperatură T(r) pe grosimea peretelui.

Aplicație numerică: r_1= 5 cm; r_2 = 6 cm; λ_0 = 38 W/mK; b = 0,035 W/mK^2; T_1 = 400 K; T_2= 350°C.

Problema P3.9

Elementul combustibil al unui reactor nuclear are formă cilindrică cu diametrul de 60 mm și generează fluxul termic $\dot{Q}''' = 4 \times 10^7 \, W/m^3$. În condiții de lucru staționare, distribuția de temperatură în interiorul elementului combustibil este descrisă de relația $T(r) = a + b \cdot r^2$, cu **T** [°C] și **r** [m], iar coeficienții a = 750°C și b = - 4,3·10^5 °C/m^2. Combustibilul are proprietățile: λ = 27,6 W/mK; ρ = 1100 kg/m^3; c_p = 800 J/kgK.

a) Care este fluxul termic unitar liniar pentru pozițiile caracterizate de r = 0 (axa centrală) și r = 30 mm (pe suprafața laterală);

b) Dacă puterea reactorului este mărită brusc la $\dot{Q}''' = 8 \times 10^7 \, W/m^3$, care este viteza de variație a temperaturii pentru aceleași poziții la momentul inițial?

Problema P3.10

Un element rezistiv realizat dintr-un fir de Kanthal cu raza r_1 = 2,9 mm și conductivitatea termică λ_{fir} = 15 W/mK, generează un flux termic volumetric $\dot{Q}''' = 1,3 \cdot 10^6 \, W/m^3$. Izolația electrică plasată pe suprafața exterioară a tubului este din material plastic cu conductivitatea termica λ = 0,17 W/mK și are o grosime δ = 1 mm. Elementul încălzitor este plasat în aer cu temperatura T_∞ = - 10 °C, transferul de căldură prin convecție termică de la suprafața izolației către aer fiind caracterizat de coeficientul α = 10 W/m^{2}K.

Presupunând transferul de căldură staționar, unidimensional, să se determine temperaturile în centrul firului și la interfața fir-izolație.

Problema P3.11

Un încălzitor electric de 2 kW este realizat dintr-un fir metalic cu diametrul D = 3 mm, lungimea L = 0,7 m și conductivitatea termică λ = 18 W/mK.

Dacă temperatura pe suprafața exterioară a firului este T_s = 110°C,

(a) să se obțină relația pentru distribuția de temperatură pe direcție radială

(b) să se determine temperatura pe axa centrală a firului.

Problema P3.12

La un moment dat, distribuția de temperatură în interiorul unui perete plan omogen de grosime δ = 0,4 m este redată de relația $T(x) = a + b \cdot x + c \cdot x^2$, unde a = 150°C, b = - 200°C/m , c = 50°C/m^2, iar x [m] reprezintă coordonata pe direcția de propagare a fluxului termic. Conductivitatea termică a materialului din care este realizat peretele are valoarea λ = 20 W/mK.

a) Care sunt fluxurile termice unitare transferate pe cele două fețe ale peretelui , $\dot{Q}''\big|_{x=0}$ și $\dot{Q}''\big|_{x=\delta}$?
b) Care este fluxul termic acumulat în interiorul peretelui?
c) Dacă suprafața mai rece a peretelui este pusă în contact cu un fluid cu temperatura T_f = 50°C, care este valoarea coeficientului de transfer termic convectiv pe acea suprafață?

Problema P3.13

Distribuția de temperatură în interiorul unui perete plan omogen cu grosimea δ = 40 mm și conductivitate termică λ = 1,4 W/mK este de tip parabolic după relația $T(x) = a + b \cdot x + c \cdot x^2$, unde a = 100°C, b = 100°C/m , c = -2000°C/m^2, iar x [m] reprezintă coordonata pe direcția de propagare a fluxului termic.

a) Care sunt fluxurile termice unitare transferate pe cele două fețe ale peretelui , $\dot{Q}''\big|_{x=0}$ și $\dot{Q}''\big|_{x=\delta}$?

b) Care este fluxul termic acumulat în interiorul peretelui?

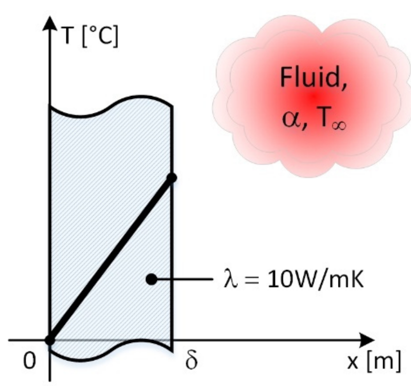
Problema P3.14

În interiorul unui perete plan, fără surse interne de căldură și conductivitate termică constantă se desfășoară un proces de transfer de căldură staționar, unidimensional. Se cere:

a) să se precizeze dacă este posibilă distribuția de temperatură reprezentată în figura de mai jos;

b) să se calculeze și să se reprezinte temperatura $T(\delta) = f(\alpha)$ pentru

c) $\alpha \in [10,100]\ \mathrm{W/m^2K}$; se vor lua în considerare următoarele valori: $T(0) = 0°C$ $T_\infty = 20°C$ şi δ = 0.2 m. Explicați succint rezultatele.



Problema P3.15

O conductă de abur este izolată la exterior pentru reducerea pierderilor de căldură. Razele exterioare pentru conductă și izolație sunt r_0 și r_i. Distribuția de temperatură pe grosimea izolației este exprimată sub forma $T(r) = C \cdot \ln\left(\frac{r}{r_0}\right)$. Aceste condiții corespund unui regim staționar sau tranzitoriu? Cum variază fluxul termic unitar (pe unitatea de suprafață) cu raza?

Problema P3.16

O incintă sferică de rază interioară r_1 și rază exterioară r_2 conține surse interne de căldură. Știind că distribuția de temperatură în peretele sferic este descrisă de formula $T(r) = \frac{C_1}{r} + C_2$, precizaţi natura condițiilor lucru, staționare sau tranzitorii. Cum variază fluxul termic unitar și fluxul termic total (pe întreaga suprafață) cu raza?

Problema P3.17

Un perete plan de grosime δ = 0,2 m conține surse interne de căldură uniform distribuite care generează fluxul termic $\dot{Q}'''$. Una dintre suprafețele peretelui este pusă în contact cu un fluid în mișcare a cărui temperatură este $T_\infty = 50°C$. Coeficientul de transfer termic convectiv la interfața fluid-perete este α = 800 W/m^{2}K. Inițial, distribuția de temperatură în interiorul peretelui est de forma $T(x,0) = a + b \cdot x^2$, cu a = 350°C și $b = -5 \cdot 10^3\ °C/m^2$. Proprietățile materialului peretelui sunt: densitatea ρ = 7500 kg/m^3; căldura specifică c_p = 500 J/kgK; conductivitatea termică λ = 100 W/mK. La un moment dat, considerat t = 0, sursele interne sunt dezactivate.

a) Determinați fluxul termic generat în interiorul peretelui ($\dot{Q}'''$) în condiții inițiale.
b) Reprezentați în coordonate T-x distribuția de temperatură în perete pentru următoarele situații: la momentul inițial (t = 0); pentru condiții de lucru staționare ($t \to \infty$); alte două momente intermediare.
c) În coordonate $\left(\dot{Q}''_x, t\right)$, reprezentați fluxul termic unitar pentru poziția x = δ; calculați valoarea corespunzătoare momentului t = 0.

Problema P3.18

Se consideră un rezervor sferic de rază interioară r_1, rază exterioară r_2 și conductivitate termică λ. Exprimați condițiile la limită pe suprafața exterioară a rezervorului pentru conducție termică staționară, unidimensională, în următoarele situații:

a) temperatură pe suprafața exterioară cunoscută, $T(r_2) = 60°C$;

b) flux termic unitar de 40 W/m² orientat către centrul rezervorului;

c) convecție către un mediu fluid cu temperatura $T_\infty = 80°C$, coeficientul de transfer termic convectiv fiind α = 20 W/m²K.

Problema P3.19

O conductă transportă apă la o temperatură de 60°. Razele la interior și la exterior au valorile r_1 = 5 mm, respectiv r_2 = 7 mm. Pe suprafața exterioară a țevii este înfășurat un încălzitor electric sub formă de folie care disipă 300 W/m. Suprafața liberă a foliei încălzitoare este apoi bine izolată termic astfel încât întreaga căldură generată este transferată către țeavă. De la suprafața interioară a țevii, transferul de căldură se realizează prin convecție termică, caracterizată de un coeficient de transfer termic, α = 70 W/m²K. Care este formularea matematică a acestei probleme (ecuația diferențială a conducției termice și condițiile de contur) în următoarele ipoteze: conductivitate termică constantă; transfer de căldură unidimensional, radial.

Problema P3.20

Un conductor de rază $\mathbf{r_i}$ și conductivitate λ_c este parcurs de curent electric. Fluxul termic volumetric generat prin efect Joule este $\dot{Q}'''$. Izolația electrică plasată în exteriorul conductorului este realizată din material plastic cu conductivitatea termică λ_{iz} și are raza exterioară $\mathbf{r_{iz}}$. Pentru condiții de lucru staționare, scrieți ecuația diferențială a conducției termice pentru conductor și pentru stratul de izolație. Conductorul este plasat într-un mediu fluid cu temperatura T_∞, pe suprafața exterioară a izolației înregistrându-se valoarea $\boldsymbol{\alpha}$ pentru coeficientul de transfer termic convectiv. Precizați condițiile la limită adecvate pentru rezolvarea acestor ecuații.

4 CONDUCŢIA TERMICĂ – UNIDIMENSIONALĂ

Studiul proceselor de conducţie termică începe cu cel mai simplu caz, conducţia unidimensională. Adică, sunt neglijate efectele conductive în două din cele trei coordonate. De regulă, se vor neglija direcţiile **y** şi **z** în coordonate carteziene, direcţiile ϕ şi **z** în coodonate cilindrice, respectiv direcţiile ϕ şi θ în coordonate sferice. De asemenea, în acest capitol sunt tratate procesele staţionare, adică în care variaţia distribuţiei temperaturilor este nulă sau are valori neglijabile. Vor fi tratate mai întâi cazurile simple, fără generare, apoi cele ce implică surse uniform distribuite, iar la final, cazul conducţiei termice prin suprafeţe extinse (aripioare).

4.1 Relaţii de calcul importante

Pentru conductivitate constantă, λ, **fără generare** şi $\Delta T = T_{s,1} - T_{s,2}$:

Tip perete	Plan	Cilindric	Sferic
Ecuaţia simplificată	$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)=0$	$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\cdot\frac{\partial T}{\partial r}\right)=0$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\cdot\frac{\partial T}{\partial r}\right)=0$
Distribuţia temperaturii	$T_{s,1}-\Delta T\cdot\frac{x}{L}$	$T_{s,2}+\Delta T\cdot\frac{\ln(r/r_2)}{\ln(r_1/r_2)}$	$T_{s,1}-\Delta T\cdot\left[\frac{1-(r_1/r)}{1-(r_1/r_2)}\right]$
Flux termic unitar	$\lambda\cdot\frac{\Delta T}{L}$	$\frac{\lambda\cdot\Delta T}{r\cdot\ln(r_2/r_1)}$	$\frac{\lambda\cdot\Delta T}{r^2\left[(1/r_1)-(1/r_2)\right]}$
Flux termic	$\lambda A\cdot\frac{\Delta T}{L}$	$\frac{2\pi L\cdot\lambda\cdot\Delta T}{\ln(r_2/r_1)}$	$\frac{4\pi\cdot\lambda\cdot\Delta T}{(1/r_1)-(1/r_2)}$
$R_{t,cond}$	$\frac{L}{\lambda\cdot A}$	$\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L\cdot\lambda}$	$\frac{1}{4\pi\cdot\lambda}\cdot\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$
$R_{t,conv}$	$\frac{1}{\alpha\cdot A}$	$\frac{1}{\alpha\cdot(2\pi r_2 L)}$	$\frac{1}{\alpha\cdot(4\pi r_2^2)}$

Fluxul termic printr-un perete în condiţii de speţa a III-a pe ambele suprafeţe:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty,2} - T_{\infty,1}}{R_{total}} \tag{4.1}$$

Pentru perete plan dintr-un singur strat, $\mathbf{R_{total}}$ este:

$$R_{total} = R_{conv,1} + R_{perete} + R_{conv,2} = \frac{1}{\alpha_1 \cdot A} + \frac{L}{\lambda \cdot A} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot A} \tag{4.2}$$

Pentru radiaţie, rezistenţa termică se poate exprima similar cu rezistenţa termică la convecţie, utilizând coeficientul liniarizat de transfer de căldură, $\alpha_{\mathbf{rad}}$:

$$R_{t,rad} = \frac{1}{\alpha_{rad} \cdot A} = \frac{1}{\varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot \left(T_s + T_{m\hat{i}}\right)\left(T_s^2 + T_{m\hat{i}}^2\right)} \tag{4.3}$$

Dacă se cunoaşte valoarea fluxului termic, se poate determina căderea de temperatură în orice strat al peretelui compozit:

$$\Delta T = \dot{Q} \cdot R \tag{4.4}$$

Raza critică a izolaţieieste determinată ca fiind:

$$r_{cr,cilindru} = \frac{\lambda_{ins}}{\alpha} \tag{4.5}$$

$$r_{cr,sferă} = \frac{2\lambda_{ins}}{\alpha} \tag{4.6}$$

Cu generare:

Pentru conductivitate constantă, λ, cu surse interne uniform distribuite, legea de variaţie a temperaturii într-un perete plan de grosime **2L** este:

$$T_{(x)} = \frac{\dot{Q}'''_{gen} \cdot L^2}{2\lambda} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2} \cdot \frac{x}{L} + \frac{T_{s,1} + T_{s,2}}{2} \tag{4.7}$$

Locaţia, $\mathbf{x_{max}}$, şi valoarea maximă a temperaturii în condiţiile de mai sus, sunt:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{max} = \frac{\lambda}{\dot{Q}'''_{gen}} \cdot \left(\frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2L}\right) \tag{4.8}$$

$$T_{max} = \frac{\dot{Q}'''_{gen} \cdot L^2}{2\lambda} + \frac{\lambda}{2\dot{Q}'''_{gen}} \cdot \left(\frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2L}\right)^2 + \frac{T_{s,1} + T_{s,2}}{2} \tag{4.9}$$

Pentru condiţii simetrice, $\mathbf{T_s = T_{s,1} = T_{s,2}}$:

Geometrie	T_s	T_{max}
Perete plan	$\frac{\dot{Q}'''_{gen} \cdot L}{\alpha} + T_\infty$	$\frac{\dot{Q}'''_{gen} \cdot L^2}{2\lambda} + T_s$
Cilindru	$\frac{\dot{Q}'''_{gen} \cdot r_0}{2\alpha} + T_\infty$	$\frac{\dot{Q}'''_{gen} \cdot r_0^2}{4\lambda} + T_s$
Sferă	$\frac{\dot{Q}'''_{gen} \cdot r_0}{3\alpha} + T_\infty$	$\frac{\dot{Q}'''_{gen} \cdot r_0^2}{6\lambda} + T_s$

Suprafeţe extinse (aripioare)

Ecuaţia generală a aripioarei

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(A_{tr} \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\right) - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \frac{dA_{lat}}{dx} \cdot \left(T - T_\infty\right) = 0 \tag{4.10}$$

Funcţie de condiţia la limită la vârful aripioarei, soluţia acestei ecuaţii devine:

1. Temperatură constantă, $T_{(x=L)} = T_L$

   - Distribuţia temperaturii: $\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\left(\theta_L/\theta_b\right) \cdot \sinh\left(mx\right) + \sinh\left[m\left(L - x\right)\right]}{\sinh\left(mL\right)}$

   - Fluxul termic: $\dot{Q}_{ar} = \sqrt{\alpha P \lambda A_{tr}} \cdot \theta_b \cdot \frac{\cosh\left(mL\right) - \theta_L/\theta_b}{\sinh\left(mL\right)}$

2. Aripioară de lungime infinită, $\theta_{(L \to \infty)} \to 0$

   - Distribuţia temperaturii: $\frac{\theta}{\theta_b} = e^{-m \cdot x}$

   - Fluxul termic: $\dot{Q}_{ar} = \sqrt{\alpha P \lambda A_{tr}} \cdot \theta_b$

3. Flux termic convectiv, $-\lambda \cdot \left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} = \alpha \cdot \theta_{(L)}$

- Distribuţia temperaturii: $\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh[m(L-x)] + (\alpha/m\lambda)\cdot\sinh[m(L-x)]}{\cosh(mL) + (\alpha/m\lambda)\times\sinh(mL)}$

- Fluxul termic: $\dot{Q}_{ar} = \sqrt{\alpha P \lambda A_{tr}} \cdot \theta_b \cdot \frac{\sinh(mL) + (\alpha/m\lambda)\times\cosh(mL)}{\cosh(mL) + (\alpha/m\lambda)\times\sinh(mL)}$

4. Adiabatică (izolat termic), $\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} = 0$

- Distribuţia temperaturii: $\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)}$

- Fluxul termic: $\dot{Q}_{ar} = \sqrt{\alpha P \lambda A_{tr}} \cdot \theta_b \cdot \tanh(mL)$

Efectivitatea aripioarei:

$$\varepsilon_{ar} \equiv \frac{\dot{Q}_{ar}}{\dot{Q}_b} = \frac{\dot{Q}_{ar}}{\alpha \cdot A_{tr,b} \cdot \theta_b} \tag{4.10}$$

Eficienţa aripioarei:

$$\eta_{ar} \equiv \frac{\dot{Q}_{ar}}{\dot{Q}_{max}} = \frac{\dot{Q}_{ar}}{\alpha \cdot A_{ar} \cdot \theta_b} \tag{4.11}$$

Eficienţa globală a suprafeţei:

$$\eta_o = 1 - \frac{NA_{ar}}{A_t} \cdot (1 - \eta_{ar}) \tag{4.12}$$

4.2 Probleme rezolvate

Problema rezolvată R4.1

Pentru determinarea coeficientului de transfer termic convectiv (α) se utilizează o structură realizată dintr-o folie metalică subțire aplicată pe un material izolator termic. Fluidul pentru care se dorește determinarea coeficientului α circulă de-a lungul suprafeței libere a foliei. Folia fiind parcursă de curent electric, se disipă un flux termic unitar uniform $\dot{Q}''$. Se cunosc grosimea (δ_{iz}) și conductivitatea termică a stratului izolator (λ_{iz}), iar temperatura fluidului (T_∞), a foliei (T_f) și a izolației (T_{iz}) se pot măsura. Se consideră următoarea situație: $T_\infty = 25\ °C$; $T_{iz} = 28\ °C$; $\dot{Q}'' = 2500\ W/m^2$; $\delta_{iz} = 10\ cm$; $\lambda_{iz} = 0.05\ W/mK$.

a) Ce valoare are coeficientul de transfer termic convectiv dacă mediul fluid studiat este apa, iar măsurătorile indică pentru temperatura foliei valoarea $T_f = 35\ °C$? Ce eroare implică considerarea ipotezei conform căreia întreaga căldură disipată este transferată prin convecție către apă?

b) Care este coeficientul convectiv în cazul în care fluidul considerat este aer, iar temperatura foliei este $T_f = 130\ °C$? Folia are emisivitatea de $\varepsilon = 0,1$ și se găsește într-o incintă largă cu temperatura pe suprafețele delimitatoare de 25°C.

Soluţie

***Se ştie*:**

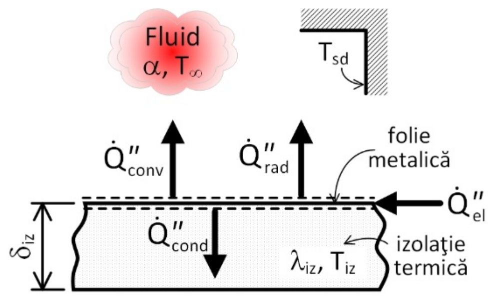
- grosimea stratului izolator, tipul izolației;
- temperatura fluidului, a foliei, a izolației termice;
- fluxul termic disipat.

Se cere:

a) coeficientul de transfer termic convectiv în cazul în care fluidul utilizat este apă și eroarea de calcul ce decurge din neglijarea conducției prin stratul izolator;

b) coeficientul de transfer termic convectiv pentru cazul în care mediul fluid este aer.

Schematizare:



Ipoteze:

- transferul de căldură staționar, unidimensional;
- conductivitate termică constantă.

Analiză:

a) Fluxul termic disipat în folie este transferată prin convecție către apă și prin conducție în interiorul stratului izolator. Ecuația de bilanț termic are următoarea formă:

$$\dot{Q}''_{el} = \dot{Q}''_{conv} + \dot{Q}''_{cond} \quad \Leftrightarrow \quad \dot{Q}''_{el} = \alpha\left(T_f - T_\infty\right) + \frac{\lambda_{iz}}{\delta_{iz}}\left(T_f - T_{iz}\right)$$

Rezultă relația de calcul a coeficientului de transfer termic convectiv la interfața folie –fluid:

$$\alpha = \frac{\dot{Q}''_{el} - \frac{\lambda_{iz}}{\delta_{iz}}\left(T_f - T_{iz}\right)}{T_f - T_\infty} = \frac{2500 - \frac{0,05}{0,015}\left(35-28\right)}{35-25}$$

$$\alpha = 247.7\,\frac{W}{m^2K}$$

Dacă este neglijată conducția prin izolație, ecuația de bilanț termic se rescrie sub forma

$$\dot{Q}''_{el} = \dot{Q}''_{conv} \quad \Leftrightarrow \quad \dot{Q}''_{el} = \alpha\left(T_f - T_\infty\right)$$

iar valoarea coeficientul de transfer termic convectiv rezultă din relația

$$\alpha = \frac{\dot{Q}''_{el}}{T_f - T_\infty} = \frac{2500}{35-25} = 250\frac{W}{m^2K}.$$

Eroarea ce intervine în determinarea coeficientului α este de

$$\frac{250-247,7}{247,7}\cdot 100 = 0,9\,\%$$

b) Fluxul termic disipat în folie este transferată către aer atât prin convecție cât și prin radiație. Radiația termică devine semnificativă datorită temperaturii mult mai mari pe care o are folia.

Ecuația de bilanț termic are următoarea formă:

$$\dot{Q}''_{el} = \dot{Q}''_{conv} + \dot{Q}''_{rad} + \dot{Q}''_{cond} \Leftrightarrow \dot{Q}''_{el} = \alpha\left(T_f - T_\infty\right) + \varepsilon\sigma\left(T_s^4 - T_{sd}^4\right) + \frac{\lambda_{iz}}{\delta_{iz}}\left(T_f - T_{iz}\right).$$

Rezultă relația de calcul a coeficientului de transfer termic convectiv la interfața folie –fluid:

$$\alpha = \frac{\dot{Q}''_{el} - \varepsilon\sigma\left(T_s^4 - T_{sd}^4\right) - \frac{\lambda_{iz}}{\delta_{iz}}\left(T_f - T_{iz}\right)}{T_f - T_\infty}$$

$$\alpha = \frac{2500 - 0,1\cdot 5,67\times 10^{-8}\left(403^4 - 298^4\right) - \frac{0,05}{0,015}\left(403 - 301\right)}{130 - 25}$$

$$\alpha = 19,57\frac{W}{m^2K}$$

În ultima relație, temperatura foliei, temperatura suprafețelor delimitatoare și temperatura fluidului au fost exprimate în Kelvin.

Dacă este neglijată conducția prin izolație, ecuația de bilanț termic se rescrie sub forma

$$\dot{Q}''_{el} = \dot{Q}''_{conv} + \dot{Q}''_{rad} \quad \Leftrightarrow \quad \dot{Q}''_{el} = \alpha\left(T_f - T_\infty\right) + \varepsilon\sigma\left(T_s^4 - T_{sd}^4\right),$$

iar valoarea coeficientul de transfer termic convectiv rezultă din relația

$$\alpha = \frac{\dot{Q}''_{el} - \varepsilon\sigma\left(T_s^4 - T_{sd}^4\right) - \frac{\lambda_{iz}}{\delta_{iz}}\left(T_f - T_{iz}\right)}{T_f - T_\infty}$$

$$\alpha = \frac{2500 - 0.1 \cdot 5,67 \times 10^{-8}\left(403^4 - 298^4\right)}{130 - 25}$$

$$\alpha = 22,81 \frac{W}{m^2K}$$

Eroarea ce survine în urma aplicării acestei ipoteze de lucru este de

$$\frac{22,81 - 19,57}{19,57} \cdot 100 = 16,6\,\%.$$

Dacă este neglijată atât conducția prin izolație cât și radiația, coeficientul α se calculează cu relația

$$\alpha = \frac{2500}{130 - 25} = 23,8 \frac{W}{m^2K}$$

În acest ultim caz eroarea de calcul este de

$$\frac{23,8 - 19,57}{19,57} \cdot 100 = 21,6\,\%.$$

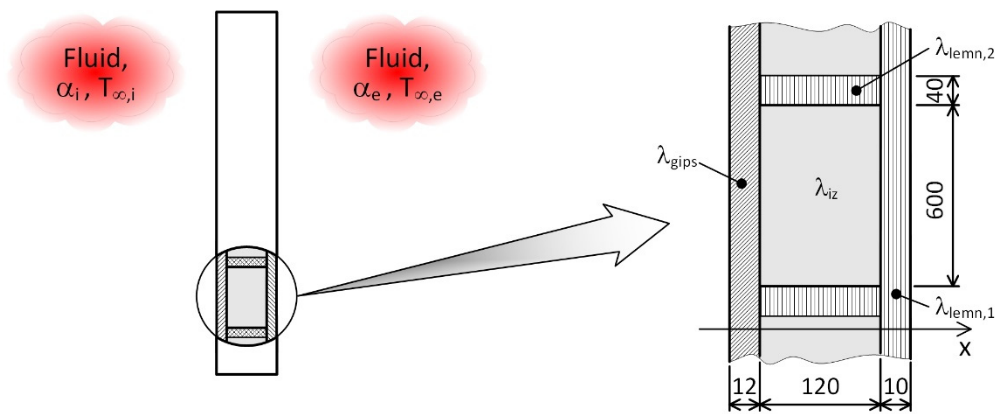
Concluzii / Comentarii:

- lichidele sunt caracterizate de coeficienți α mari; o bună aproximare se obține dacă se consideră că întreaga energie disipată se transferă doar prin convecție, erorile de calcul fiind foarte mici (0,9 % în cazul analizat).
- în cazul mediilor gazoase, la temperaturi relativ ridicate, neglijarea conducției și a radiației termice duce la erori mult mai mari.

Problema rezolvată R4.2

Se consideră un perete exterior neomogen a cărui structură este sugerată în figura de mai jos. Care este rezistența termică echivalentă a peretelui care are înălțimea de 3 m și lățimea de 6,4 m. Peretele conține 10 unități de tipul celei detaliate în figură.

Condițiile în care se realizează transferul de căldură sunt caracterizate de $T_{\infty,i} = 20\,°C$; $\alpha_i = 8\,W/m^2K$; $T_{\infty,e} = -18\,°C$; $\alpha_e = 23\,W/m^2K$. În acest caz, care este fluxul termic transferat către exterior?



Soluţie

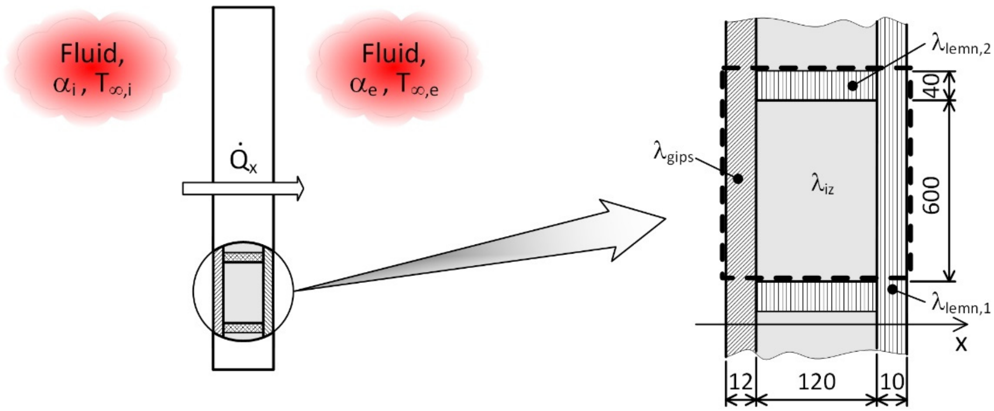
Se ştie:

- dimensiunile și materialele corespunzătoare straturilor din care este realizat peretele ;
- temperaturile mediilor fluide separate de perete;
- coeficienții de transfer termic convectiv pe cele două suprafețe delimitatoare ale peretelui.

Se cere:

- rezistența termică a peretelui;
- fluxul termic transferat prin perete.

Schematizare:



Ipoteze:

- transferul de căldură staționar, unidimensional, perpendicular pe perete;
- conductivitate termică constantă pentru straturile constituente;
- rezistențe de contact neglijabile.

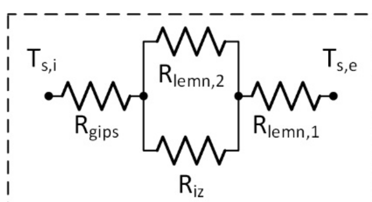
Proprietăţi:

Din tabelele 3 și 4 (Anexa 1) se determină conductivitatea termică a elementelor din care este alcătuit peretele:

- a izolației din plăci semirigide din vată de sticlă (λ_{iz}= 0,036 W/mK),
- a elementelor din lemn (λ_{lemn}= 0,16 W/mK)
- a plăcii de gips carton (λ_{gips}= 0,036 W/mK).

Analiză:

Dacă se admite ipoteza variației de temperatură doar pe direcție perpendiculară pe perete (direcția x), circuitul termic echivalent al unei unități reprezentată cu linie punctată în figură este:



Cele două rezistențe termice ale straturilor ce constituie umplutura peretelui (izolație și structură lemn) sunt dispuse în paralel în raport cu direcția de propagare a fluxului termic; aşadar, relația de calcul a rezistenței termice echivalente a umpluturii peretelui se obține plecând de la relația fluxului termic transmis prin umplutura unei unități de calcul:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{iz} + \dot{Q}_{lemn,1} \iff \frac{\Delta T}{R_{umplutura}} = \frac{\Delta T}{R_{iz}} + \frac{\Delta T}{R_{lemn,1}} \Rightarrow R_{umplutura} = \frac{R_{iz} \cdot R_{lemn,1}}{R_{iz} + R_{lemn,1}}$$

Rezistențele termice corespunzătoare structurii din lemn și izolației termice se determină cu relațiile:

$$R_{iz} = \frac{\delta_{iz}}{\lambda_{iz} \cdot A_{iz}} = \frac{0,12}{0,036 \cdot (0,6 \cdot 3)}$$

$$R_{iz} = 1,852 \left[K/W\right]$$

$$R_{lemn,1} = \frac{\delta_{lemn,1}}{\lambda_{lemn,1} \cdot A_{lemn}} = \frac{0,12}{0,16 \cdot (0,04 \cdot 3)}$$

$$R_{lemn,1} = 6,25 \left[K/W\right]$$

Rezultă

$$R_{umplutură} = \frac{R_{iz} \cdot R_{lemn,1}}{R_{iz} + R_{lemn,1}} = \frac{1,852 \cdot 6,25}{1,852 + 6,25} = 1,429 \left[K/W\right]$$

$$R_{umplutură} = 1,429 \left[K/W\right]$$

Rezistența totală a unei unități de calcul ce include atât umplutura cât și straturile de pe cele două suprafețe delimitatoare ale peretelui (ghips carton și lemn) se calculează cu relația:

$$R_{tot,1} = R_{lemn,2} + R_{umplutură} + R_{gips\,carton} = \frac{\delta_{lemn,2}}{\lambda_{lemn} \cdot A} + R_{umplutură} + \frac{\delta_{gips\,carton}}{\lambda_{gips\,carton} \cdot A}$$

$$R_{tot,1} = \frac{0,01}{0,16 \cdot 0,64 \cdot 3} + 1,429 + \frac{0,012}{0,17 \cdot 0,64 \cdot 3}$$

$$R_{tot,1} = 1,499 \left[K/W\right]$$

Peretele este realizat din 10 astfel de unități cu o lățime de 0,64 m, dispuse în paralel. Rezistența termică totală (conductivă) a peretelui va fi:

$$\frac{1}{R_{tot,\,cond}} = \sum_{1}^{10} \frac{1}{R_{tot,1}} \Rightarrow R_{tot} = \frac{1}{\sum_{1}^{10} \frac{1}{R_{tot,1}}} = \frac{1}{\frac{10}{1,499}} = 0,150\left[K/W\right].$$

$$\frac{1}{R_{tot,\,cond}} = 0,150\left[K/W\right].$$

Pentru a determina fluxul termic transferat prin perete, la rezistența totală conductivă se adaugă rezistențele convective pe cele două fețe ale peretelui (toate cele trei rezistențe fiind înseriate):

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{tot}}$$

în care:

$$R_{tot} = R_{conv,\,i} + R_{tot,\,cond} + R_{conv,\,e}$$

Înlocuind în relaţia de mai sus, se obţine:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{\left(R_{conv,\,i} + R_{tot,\,cond} + R_{conv,\,e}\right)} = \frac{\Delta T}{\left(\frac{1}{\alpha_1 \cdot A} + R_{tot,\,cond} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot A}\right)}$$

În condițiile precizate în enunțul problemei, fluxul termic transferat către exterior va avea valoarea

$$\dot{Q} = \frac{20-(-18)}{\frac{1}{8\cdot 3\cdot 6,4} + 0,15 + \frac{1}{23\cdot 3\cdot 6,4}} = \frac{38}{0,159} = 239\ W.$$

Concluzii / Comentarii:

Una dintre ipoteze considera rezistenţa termică neglijabilă la contactul între straturi. În realitate, există o diferenţă de temperatură în zona de contact, deci o rezistenţă termică suplimentară, ce va diminua valoarea fluxului termic.

Problema rezolvată R4.3

O conductă din oțel (AISI 1010) cu diametrul interior de 60 mm și grosimea de 5 mm este utilizată pentru transportul aburului saturat la o presiune de lucru de 20 bar într-o incintă cu temperatura de 20°C. Coeficientul de transfer termic convectiv la interior este $\alpha_i = 600\ W/m^2K$ iar la exterior este $\alpha_e = 20\ W/m^2K$. Emisivitatea suprafeței exterioare a conductei este ε = 0,8. Care este pierderea de căldură liniară (pe un metru de conductă)? Reprezentați circuitul termic echivalent.

Soluţie

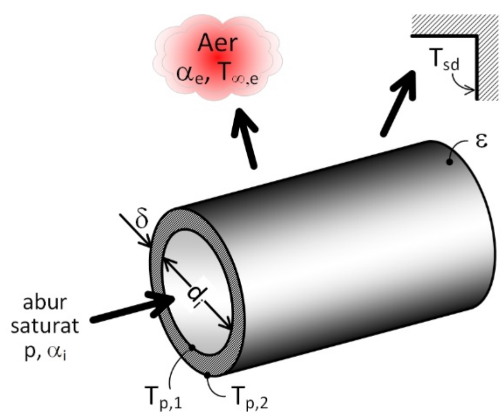
Se ştie:

- presiunea aburului transportat ;
- dimensiunile conductei (diametru interior, grosime);
- temperatura mediului ambiant;
- coeficienții de transfer termic convectiv;
- emisivitatea suprafeței exterioare a conductei.

Se cere:

- pierderea de căldură pe metru liniar (fluxul termic liniar transferat către exterior);
- circuitul termic echivalent.

Schematizare:



Ipoteze:

- transferul de căldură staționar, unidimensional (în direcție radială);
- conductivitate termică constantă;
- suprafețele delimitatoare ale încăperii și aerul din interior au aceeași temperatură ($T_{\infty,e} = T_{sd} = 20\,°C$).

Proprietăţi:

- din tabelul 10 (Anexa 1), la presiunea p = 20 bar, temperatura aburului saturat este $T_{\infty,i} = 213\,°C$;
- temperatura peretelui metalic al țevii este apropiată de temperatura aburului şi deci, conductivitatea termică a oțelului se va considera la temperatura de 213°C, respectiv 486 K; în tabelul 1 (Anexa 1) sunt date valorile conductivității oțelului AISI 1010 la 400 K și 600 K; prin urmare, valoarea conductivității termice la 486 K se va calcula prin interpolare liniară cu formula

$$\lambda_p = \lambda\big|_{486K} = \lambda\big|_{400K} - \frac{\lambda\big|_{400K} - \lambda\big|_{600K}}{600-400}\left(486-400\right) = 58,7 - \frac{58,7-48,8}{200}\times 86$$

$$\lambda_p = 54,44\left[W/mK\right]$$

Analiză:

Așa cum se sugerează în enunțul problemei, fluxul termic este transferat către exterior prin două mecanisme, convecție și radiație; cele două componente ale fluxului termic liniar pot fi calculate cu relațiile lui Newton și Stefan Boltzmann,

$$\dot{Q}' = \dot{Q}'_{rad} + \dot{Q}'_{conv,\,e} = \varepsilon\cdot\sigma\cdot\pi\cdot\left(d_i + 2\delta\right)\cdot\left(T_{p2}^4 - T_{sd}^4\right) + \alpha\cdot\pi\cdot\left(d_i + 2\delta\right)\cdot\left(T_{p2} - T_{\infty,e}\right) \quad (1)$$

Același flux termic se transferă prin convecție de la abur la suprafața interioară a conductei și apoi prin conducție pe grosimea peretelui; aşadar, poate fi determinat cu relația

$$\dot{Q}' = \frac{T_{\infty,i} - T_{p2}}{\dfrac{1}{\pi\cdot d_i\cdot\alpha_i} + \dfrac{1}{2\pi\cdot\lambda_p}\cdot\ln\left(\dfrac{d_i + 2\delta}{d_i}\right)} \quad (2)$$

Din ecuaţiile (1) şi (2) se obține

$$\varepsilon\cdot\sigma\cdot\pi\left(d_i+2\delta\right)\cdot\left(T_{p2}^4-T_{sd}^4\right)+\alpha\cdot\pi\left(d_i+2\delta\right)\cdot\left(T_{p2}-T_{\infty,e}\right)=\frac{T_{\infty,i}-T_{p2}}{\dfrac{1}{\pi d_i\cdot\alpha_i}+\dfrac{1}{2\pi\cdot\lambda_p}\ln\left(\dfrac{d_i+2\delta}{d_i}\right)}$$

$$\begin{aligned}&0,8\cdot5,67\times10^{-8}\cdot\pi\cdot\left(60+2\cdot5\right)\times10^{-3}\cdot\left(T_{p2}^4-293^4\right)+\\&+25\cdot\pi\cdot\left(60+2\cdot5\right)\times10^{-3}\cdot\left(T_{p2}-293\right)=\\&=\frac{486-T_{p2}}{\dfrac{1}{\pi\cdot60\times10^{-3}\cdot600}+\dfrac{1}{2\pi\cdot54,44}\ln\left(\dfrac{60+2\cdot5}{60}\right)}\end{aligned}$$

$$0,997\times10^{-8}\left(T_{p2}^4-293^4\right)+5,5\left(T_{p2}-293\right)=107,558\left(486-T_{p2}\right)$$

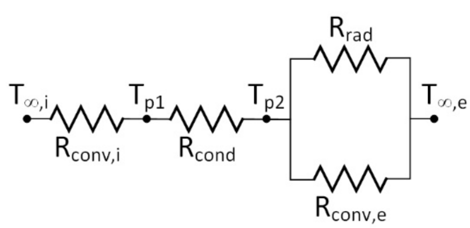
Aplicând metoda încercare și eroare, lipsită de rafinament, dar eficientă, se obține temperatura pe suprafața exterioară a conductei **T_{p2} ≈ 473 K**;

Fluxul termic liniar transferat către exterior se poate calcula cu oricare dintre relațiile prezentate anterior; dacă alegem, de exemplu, ecuația (2), obținem

$$\dot{Q}'=\frac{486-473}{\dfrac{1}{\pi\cdot60\cdot10^{-3}\times600}+\dfrac{1}{2\pi\cdot54,44}\ln\left(\dfrac{60+2\cdot5}{60}\right)}=1398,3\ \mathrm{W/m}$$

$$\dot{Q}'=1398,3\ [\mathrm{W/m}]$$

Circuitul termic echivalent este reprezentat în următoarea figură.



$$\dot{Q}'=\frac{T_{\infty,i}-T_{p1}}{R'_{conv,i}}=\frac{T_{p1}-T_{p2}}{R'_{cond}}=\frac{T_{p2}-T_{\infty,e}}{R'_{conv,e}}+\frac{T_{p2}-T_{sd}}{R'_{rad}}$$

Rezistențele termice liniare se calculează cu relațiile:

$$R'_{conv,i} = \frac{1}{\pi \cdot d_i \cdot \alpha_i} = \frac{1}{3,14 \cdot 0,06 \cdot 600}$$

$$R'_{conv,i} = 0,009 \left[mK/W\right];$$

$$R'_{cond} = \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_p} \cdot \ln\left(\frac{d_i + 2\delta}{d_i}\right) = \frac{1}{2\pi \cdot 54,44} \ln\left(\frac{60 + 2 \cdot 5}{60}\right)$$

$$R'_{cond} = 7,51 \times 10^{-5} \left[mK/W\right];$$

$$R'_{conv,e} = \frac{1}{\pi \cdot \left(d_i + 2\delta\right) \cdot \alpha_e} = \frac{1}{3,14 \cdot 0,07 \cdot 25}$$

$$R'_{conv,e} = 0,182 \left[mK/W\right];$$

$$R'_{rad} = \frac{1}{\varepsilon \cdot \sigma \cdot \pi \cdot \left(d_i + 2\delta\right)\left(T_{p2} + T_{sd}\right)\left(T_{p2}^{\ 2} - T_{sd}^{\ 2}\right)}$$

$$R'_{rad} = 0,95 \left[mK/W\right]$$

Concluzii / Comentarii:

Rezistenţele termice corespunzătoare transferului de căldură convectiv, respectiv radiant, pe suprafața exterioară a conductei au valori mult mai mari decât rezistența termică pe suprafața interioară (transfer convectiv) sau pe grosimea conductei (transfer conductiv); explicația constă în valorile mari ale coeficientului convectiv $\boldsymbol{\alpha_i}$ și conductivităţii termice a metalului.

Abordarea problemei reprezintă în fapt aplicarea metodei bilanţului energetic la suprafaţa exterioară a conductei, adică ecuaţia (2.6):

$$\dot{E}_i = \dot{E}_e$$

Problema rezolvată R4.4

Pentru depozitarea unor deșeuri radioactive este utilizat un container sferic de tip multistrat cu diametrul interior de 0,6 m. Straturile succesive sunt realizate din plumb și din oțel inoxidabil cu grosimile $\delta_{Pb} = 50$ mm și respectiv $\delta_{inox} = 10$ mm .

Deșeurile radioactive generează un flux termic uniform $\dot{Q}'''_{gen} = 6 \times 10^5\ W/m^3$. Se intenționează depozitarea containerului în apa mării ce are o temperatură de 10 °C și asigură un coeficient de transfer termic convectiv pe suprafața peretelui de 550 W/mK.

Credeți că această soluție constructivă este acceptabilă din punctul de vedere al integrității materialelor utilizate?

Soluţie

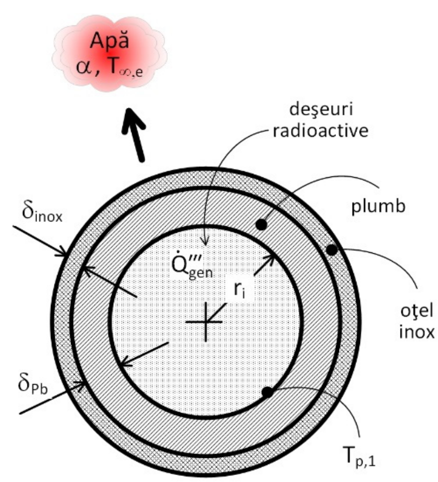
Se ştie:

- dimensiunile și materialele utilizate pentru confecționarea containerului;
- căldura generată de deșeurile radioactive depozitate.

Se cere:

- verificarea soluției constructive propuse, adică determinarea temperaturii pe suprafața interioară a containerului (deci a stratului de plumb), temperatură care trebuie să fie mai mică decât temperatura de topire a plumbului.

Schematizare:



Ipoteze:

- transferul de căldură staționar, unidimensional (pe direcție radială);
- conductivitate termică constantă pentru plumb și oțel;
- rezistență termică de contact neglijabilă.

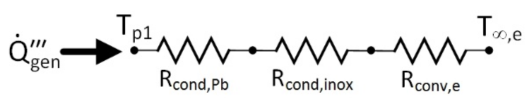
Proprietăţi:

- din tabelul 1 (Anexa 1) pentru plumb la temperatura de 400 K, se găsesc următoarele valori: conductivitatea termică $\lambda_{Pb} = 34\ W/mK$ şi temperatura de topire T_p = 601 K;
- din același tabel, conductivitatea termică a oțelului la temperatura medie de 300 K are valoarea $\lambda_{inox} = 14,9\ W/mK$.

Analiză:

În condiții staționare fluxul termic generat este egal cu fluxul termic transferat către apa mării (ecuaţia de bilanţ energetic la suprafaţa interioară a containerului):

$$\dot{Q}'''_{gen} = \dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{tot}} ;$$



Pentru determinarea fluxului termic transferat se utilizează relația

$$\dot{Q} = \frac{T_{p1} - T_{\infty,e}}{R_{tot}} = \frac{T_{p1} - T_{\infty,e}}{R_{cond,Pb} + R_{cond,inox} + R_{conv,e}} ;$$

- rezistențele termice se determină cu relațiile

$$R_{cond,Pb} = \frac{1}{4\pi \cdot \lambda_{Pb}}\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_i + \delta_{Pb}}\right) = \frac{1}{4\pi \cdot 34}\left(\frac{1}{0,3} - \frac{1}{0,3 + 0,05}\right)$$

$$R_{cond,Pb} = 1,1145 \times 10^{-3}\ [K/W]$$

$$R_{cond,\,inox} = \frac{1}{4\pi \cdot \lambda_{inox}}\left(\frac{1}{r_i + \delta_{Pb}} - \frac{1}{r_i + \delta_{Pb} + \delta_{inox}}\right) = \frac{1}{4\pi \cdot 14,9}\left(\frac{1}{0,35} - \frac{1}{0,35 + 0,01}\right)$$

$$R_{cond,\,inox} = 0,4239 \times 10^{-3}\ [K/W]$$

$$R_{conv,\,e} = \frac{1}{4\pi \cdot \alpha\left(r_i + \delta_{Pb} + \delta_{inox}\right)^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 550\left(0,3 + 0.05 + 0,01\right)^2}$$

$$R_{conv,\,e} = 1,1164 \times 10^{-3}\ [K/W]$$

Rezistența termică totală va fi:

$$R_{tot} = R_{cond,\,Pb} + R_{cond,\,inox} + R_{conv,\,e} = 2,6548 \times 10^{-3}\ [K/W]\,;$$

Fluxul termic generat se determină cu relația

$$\dot{Q}_{gen} = \dot{Q}'''_{gen} \cdot V_i = \dot{Q}'''_{gen} \cdot \frac{4}{3}\pi r_i^3 = 6 \times 10^5 \cdot \frac{4}{3}\pi\left(0,3\right)^3$$

$$\dot{Q}_{gen} = 67858,4\ [W]$$

Din relația de calcul a fluxului termic transferat către apa mării rezultă

$$T_{p1} = T_{\infty,\,e} + \dot{Q}_{gen} \cdot R_{tot} = \left(10 + 273\right) + 67858,4 \cdot 2,6548 \times 10^{-3}$$

$$T_{p1} = 463,15\,[K] < 601\,[K]$$

Deci temperatura maximă a plumbului, pe suprafața interioară a containerului este mai mică decât temperatura de topire; prin urmare, nu este nici o problemă din punctul de vedere al integrității materialelor utilizate; pentru oțel, temperatura de topire este de 1670 K, mult peste temperatura maximă posibilă în sistemul studiat.

Concluzii / Comentarii:

În rezolvarea problemei s-a neglijat rezistența termică de contact între cele două straturi metalice.

Pentru a preveni coroziunea în timp a oțelului, pe suprafața exterioară a containerului poate fi aplicat un înveliș protector.

Problema rezolvată R4.5

Un cip de siliciu foarte subțire este lipit de o placă de aluminiu de grosime 6 mm cu un adeziv special (rășină epoxidică). Realizarea acestei îmbinări duce la apariția unei rezistențe termice de contact de $0{,}7\times10^{-4}\ \mathrm{m^2K/W}$. Cipul și placa suport au forma unui pătrat cu latura de 10 mm, iar suprafețele expuse sunt răcite cu aer cu temperatura de 25°C şi coeficienți de transfer termic convectiv de 120 W/m^2K.

a) Reprezentați circuitul termic echivalent pentru ansamblu cip - placă.

b) Care este temperatura cipului, dacă în condiții normale de funcționare acesta disipă $9\times10^{3}\ \mathrm{W/m^2}$?

Soluţie

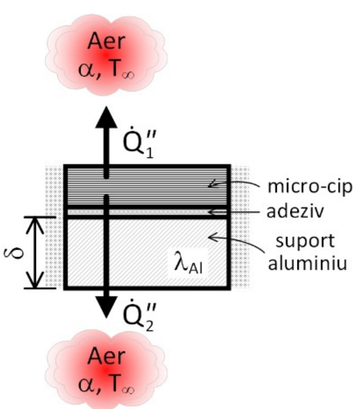
Se ştie:

- energia termică disipată de cip;
- dimensiunile suportului din Al și valoarea rezistenței de contact;
- temperatura mediului ambiant;
- condițiile de transfer termic convectiv pe cele două fețe expuse.

Se cere:

- reprezentarea circuitului termic echivalent;
- să se determine temperatura cipului.

Schematizare:



Ipoteze:

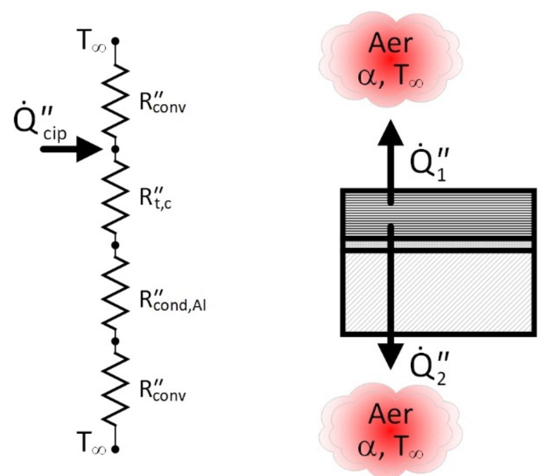
- transferul de căldură staționar, unidimensional (transferul de căldură prin suprafețele laterale neglijabil);
- conductivitate termică constantă;
- transferul de căldură radiant neglijabil;
- cipul are temperatură uniformă.

Proprietăţi:

- din tabelul 1 (Anexa 1), pentru aluminiu la temperatura de 350 K, valoarea conductivităţii termice este $\lambda_{Al} = 238\ \text{W/mK}$; s-a anticipat 350 K ca fiind temperatura medie a plăcii suport din aluminiu.

Analiză:

Căldura disipată de chip este transferată către exterior direct, prin convecție (fluxul $\dot{Q}_1''$) și indirect, prin intermediul plăcii de aluminiu (fluxul $\dot{Q}_2''$). Circuitul termic echivalent va fi:



Ecuația de bilanț termic aplicată cipului se scrie sub forma

$$\dot{Q}_{chip}'' = \dot{Q}_1'' + \dot{Q}_2'' = \frac{T_{chip} - T_\infty}{\frac{1}{\alpha}} + \frac{T_{chip} - T_\infty}{R_{t,c}'' + \frac{\delta}{\lambda_{Al}} + \frac{1}{\alpha}};$$

Rezultă relația de calcul și valoarea temperaturii chipului

$$T_{chip} = T_{\infty} + \dot{Q}''_{chip}\left(\alpha + \frac{1}{R''_{t,c} + \frac{\delta}{\lambda_{Al}} + \frac{1}{\alpha}}\right)^{-1} \Rightarrow$$

$$T_{chip} = 25 + 0,9\times 10^{3}\left(120 + \frac{1}{0,7\times 10^{-4} + \frac{0,006}{238} + \frac{1}{120}}\right)^{-1} \Rightarrow$$

$$T_{chip} = 25 + 0,9\times 10^{3}\left(120 + \frac{1}{0,7\times 10^{-4} + 0,252\times 10^{-4} + 83,33\times 10^{-4}}\right)^{-1} \Rightarrow$$

$$T_{chip} = 62,64\ °C$$

Concluzii / Comentarii:

Rezistența termică de contact și rezistența termică a plăcii din aluminiu sunt mult mai mici decât cea convectivă.

Creșterea puterii disipate de chip fără a se depăși o temperatură maximă admisă, se poate face prin îmbunătățirea condițiilor de transfer pe suprafețele expuse, adică valori mai mari ale coeficientul de transfer termic convectiv:

- prin utilizarea unui fluid de răcire mai eficient
- prin creșterea vitezei de circulație a acestuia

sau mărirea suprafeţei de schimb de căldură:

- ataşarea unui schimbător de căldură cu aripioare (cooler)
- microcanale

Problema rezolvată R4.6

Un conductor electric din cupru cu diametrul de 2,7 mm și lungimea de 7 m este acoperit cu o izolație din PVC cu grosimea de 1 mm și conductibilitatea termică $\lambda_{iz} = 0,15\ W/mK$. Prin conductor circulă un curent de 30 A, rezistivitatea cuprului fiind $\rho_{el} = 1,72 \times 10^{-6}\ \Omega \cdot cm$. Temperatura mediului ambiant este $T_\infty = 25\ °C$, iar coeficientul de transfer termic convectiv pe suprafața exterioară a izolației este $\alpha = 15\ W/m^2K$.

Să se determine temperatura la interfața conductor - izolație în condiții de lucru staționare. Ce efect are dublarea grosimii izolației asupra acestei temperaturi?

Soluţie

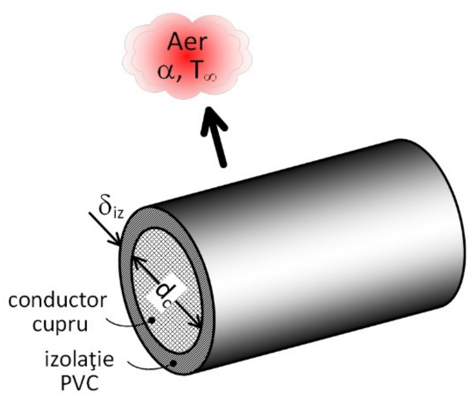
Se ştie:

- diametrul, lungimea și rezistivitatea conductorului;
- grosimea și conductivitatea termică a izolației;
- temperatura mediului ambiant și coeficientul de transfer termic convectiv;
- intensitatea curentului electric.

Se cere:

- determinarea temperaturii la interfața conductor-izolație;
- efectul dublării grosimii izolației asupra temperaturii dintre straturi;
- reprezentarea circuitului termic echivalent.

Schematizare:



Ipoteze:

- transferul de căldură staționar, unidimensional (în direcție radială);
- conductivitate termică constantă;
- rezistența termică de contact fir-izolație neglijabilă;
- rezistivitatea conductorului constantă în raport cu temperatura.

Proprietăţi:

-

Analiză:

a) Se presupune că temperatura firului metalic este uniformă ca urmare a generării uniforme de căldură; fluxul termic generat este transferat către exterior în două etape, conducție prin stratul de izolație și convecție termică;

Conform ecuației de bilanț termic

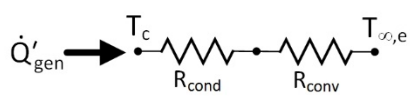
$$\dot{Q}_{gen} = \dot{Q}' \cdot L \tag{1}$$

Fluxul termic generat în conductor prin efect Joule se calculează cu relația

$$\dot{Q}_{gen} = R \cdot I^2 = \frac{\rho_{el} \cdot L}{A} \cdot I^2 = \frac{\rho_{el} \cdot L}{\frac{\pi d_c^2}{4}} \cdot I^2 = \frac{1,72 \times 10^{-6} \cdot 700}{\frac{\pi \cdot 0,27^2}{4}} \cdot 30^2$$

$$\dot{Q}_{gen} = 19 \left[W \right]$$

Circuitul termic echivalent este:



Formula de calcul a fluxului termic transferat prin izolație este

$$\dot{Q}' = \frac{T_c - T_\infty}{R'_{cond,iz} + R'_{conv}}$$

Rezistența termică conductivă corespunzătoare stratului de izolație și cea convectivă se determină cu relațiile

$$R'_{cond,iz} = \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_{iz}} \ln\frac{d_{iz}}{d_c} = \frac{1}{2\pi \cdot 0,15} \ln\frac{4,7}{2,7} \qquad R'_{cond,iz} = 0,588\left[mK/W\right]$$

$$R'_{conv} = \frac{1}{\pi d_{iz} \cdot \alpha} = \frac{1}{\pi \cdot 4,7 \times 10^{-3} \cdot 15} \qquad R'_{conv} = 4,517\left[mK/W\right];$$

Revenind la ecuația de bilanț termic (1), se deduce relația de calcul pentru temperatura pe interfața conductor-izolație

$$\dot{Q}_{gen} = \dot{Q}' \cdot L \quad \Leftrightarrow \quad 19 = \frac{T_c - 25}{0,588 + 4,517} \cdot 7$$

$$T_c = 38,86°C$$

b) trebuie determinată raza critică a izolației; pentru strat cilindric se utilizează următoarea relație

$$r_{cr} = \frac{\lambda_{iz}}{\alpha} = \frac{0,15}{15} = 0,01 m \qquad r_{cr} = 10\,mm$$

Din enunțul problemei $r_{iz} = 4,7/2 = 2,35\,mm$

Se observă că $r_{cr} > r_{iz}$, deci dublarea grosimii izolației, care duce la $r_{iz} = 3,35\,mm$ va avea ca efect creșterea fluxului termic transferat către exterior; abia după atingerea razei critice, creșterea grosimii izolației va determina scăderea fluxului termic transferat către exterior.

Concluzii / Comentarii:

Repetând calculul anterior pentru o grosime a izolației de două ori mai mare (δiz = 2 mm), temperatura pe interfață va scădea până la valoarea $T_c = 36,22°C$; valoarea minimă a acestei temperaturi se va atinge atunci când raza exterioară a izolației este egală cu raza critică; în aceste condiții, fluxul termic transferat către exterior este maxim.

Problema rezolvată R4.7

O tijă foarte lungă cu un diametru de 5 mm are unul din capete menținut la o temperatură de 110 °C. Suprafața tijei este expusă mediului ambiant cu o temperatură de 20°C, înregistrându-se coeficientul de transfer termic convectiv α = 80 W/m^{2}K.

a) Să se determine distribuția de temperatură de-a lungul tijei și fluxul termic transferat către exterior pentru trei materiale utilizate în realizarea tijei (cupru, aliaj de aluminiu 2024-T6 și oțel inox AISI 316).

b) Estimați cât de lungă trebuie să fie tija pentru ca ipoteza „tijă de lungime infinită” să nu introducă erori în calculul pierderii de căldură.

Soluţie

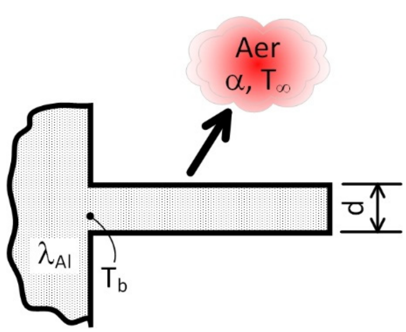
Se ştie:

- diametrul tijei de lungime foarte mare;
- materialul din care este confecționată tija;
- temperatura la unul din capetele tijei;
- temperatura mediului ambiant și coeficientul de transfer termic convectiv;

Se cere:

- distribuția de temperatură de-a lungul tijei;
- fluxul termic transferat către exterior;
- verificarea condiției „tijă de lungime infinită„.

Schematizare:



Ipoteze:

- transferul de căldură staționar, unidimensional (de-a lungul tijei);
- conductivitate termică constantă;
- schimb de căldură radiativ neglijabil;
- coeficient de transfer termic convectiv uniform;
- tijă de lungime infinită, ceea ce presupune că cel de-al doilea capăt se găsește la temperatura mediului ambiant.

Proprietăţi:

- temperatura medie a tijei este

$$\overline{T} = \frac{T_b + T_\infty}{2} = \frac{110+20}{2} = 65°C \quad \Rightarrow \quad \overline{T} = 338\,K$$

unde T_b este temperatura bazei tijei (capătul cald); din tabelul 1 (Anexa 1) pentru aluminiu la temperatura medie, valoarea conductivității termice se calculează prin interpolare liniară

$$\lambda_{Al} = \lambda\big|_{300} + \frac{\lambda\big|_{400} - \lambda\big|_{300}}{400-300}\cdot\left(338-300\right) = 177 + \frac{186-177}{400-300}\cdot\left(338-300\right)$$

$$\lambda_{Al} = 180,42\left[W/mK\right]$$

- într-un mod similar se calculează conductivitatea termică a oțelului inox (AISI 316) și a cuprului; rezultă $\lambda_{inox} = 14,084\left[W/mK\right]$ și $\lambda_{Cu} = 396,04\left[W/mK\right]$.

Analiză:

Pe baza ipotezei „tijă de lungime infinită”, distribuția de temperatură se determină cu formula

$$\frac{\theta}{\theta_b} = e^{-mx} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{T - T_\infty}{T_b - T_\infty} = e^{-mx}$$

$$T = T_\infty + \left(T_b - T_\infty\right)\cdot e^{-mx} \quad \Leftrightarrow \quad T = 20 + \left(110-20\right)\cdot e^{-mx} = 20 + 90\cdot e^{-mx}$$

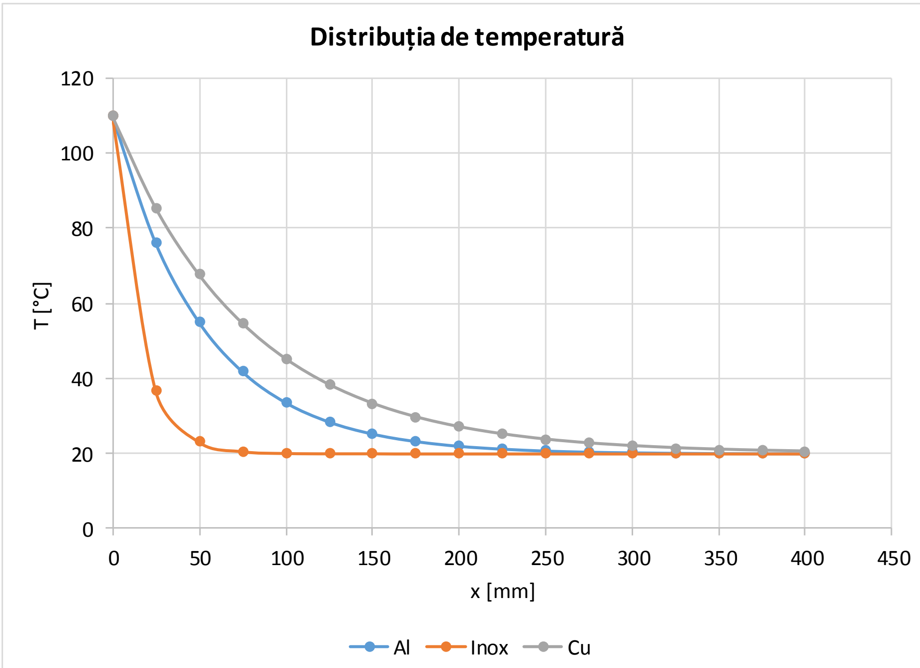
unde

$$m = \left(\frac{\alpha\cdot P}{\lambda\cdot A_{tr}}\right)^{1/2} = \left(\frac{\alpha\cdot\pi d}{\lambda\cdot\frac{\pi d^2}{4}}\right)^{1/2} = \left(\frac{\alpha\cdot 4}{\lambda\cdot d}\right)^{1/2} \quad ;$$

Înlocuind valorile numerice din enunțul problemei se obține

- pentru Cu → m = 12,71 m-1;
- pentru Al → m = 18,83 m-1;
- pentru inox → m = 67,41 m-1;

Distribuția de temperatură pentru tija realizată din cele trei materiale este reprezentată în figura de mai jos:



Se observă că diferența dintre T_b și T_∞ devine nesemnificativă pentru

- $x \geq 75\,mm$ în cazul oțelului inoxidabil
- $x \geq 250\,mm$ în cazul aliajului de aluminiu
- $x \geq 350\,mm$ în cazul cuprului

Deci ipoteza „tijă de lungime infinită” nu introduce erori în calculul fluxului termic transferat către exterior.

Considerând această ipoteză valabilă, pentru determinarea fluxului termic se utilizează relația

$$\dot{Q}_{ar} = \sqrt{\alpha \cdot P \cdot \lambda \cdot A_{tr}} \cdot \theta_b = \sqrt{\alpha \cdot \pi d \cdot \lambda \cdot \frac{\pi d^2}{4}} \times \left(T_b - T_\infty\right)$$

$$\dot{Q}_{ar} = \sqrt{80 \cdot \pi \cdot 5 \times 10^{-3} \cdot \lambda \cdot \frac{\pi \cdot \left(5 \times 10^{-3}\right)^2}{4}} \cdot \left(110 - 20\right)$$

Se obțin următoarele rezultate

- pentru **Cu**

$$\dot{Q}_f = \sqrt{80 \cdot \pi \cdot 5 \times 10^{-3} \cdot 396,04 \cdot \frac{\pi \cdot \left(5 \times 10^{-3}\right)^2}{4}} \cdot \left(110 - 20\right)$$

$$\dot{Q}_f = 8,89\left[W\right];$$

- pentru **Al**

$$\dot{Q}_f = \sqrt{80 \cdot \pi \cdot 5 \times 10^{-3} \cdot 180,42 \cdot \frac{\pi \cdot \left(5 \times 10^{-3}\right)^2}{4}} \cdot \left(110 - 20\right)$$

$$\dot{Q}_f = 6\left[W\right];$$

- pentru **Oțel inox**

$$\dot{Q}_f = \sqrt{80 \cdot \pi \cdot 5 \times 10^{-3} \cdot 14,084 \cdot \frac{\pi \cdot \left(5 \times 10^{-3}\right)^2}{4}} \cdot \left(110 - 20\right)$$

$$\dot{Q}_f = 1,68\ W.$$

Concluzii / Comentarii:

Verificarea condiției „tijă de lungime infinită” a fost făcută pe baza distribuției de temperatură de-a lungul acesteia; dacă lungimea tijei depășește limitele determinate pentru fiecare tip de material, atunci observația/condiția legată de lipsa erorilor se extinde și asupra calculului fluxului termic transferat prin tijă.

Problema rezolvată R4.8

Pe un perete plan sunt atașate aripioare rectangulare din aluminiu cu lungimea de 50 mm și grosimea de 0,5 mm, la o distanță de 4 mm. Coeficientul de transfer termic convectiv este de 45 W/m^{2}K în cazul peretelui liber și de 35 W/m^{2}K în cazul peretelui cu aripioare atașate. Care este creșterea procentuală a fluxului termic transferat către exterior, creștere obținută prin atașarea aripioarelor?

Soluţie

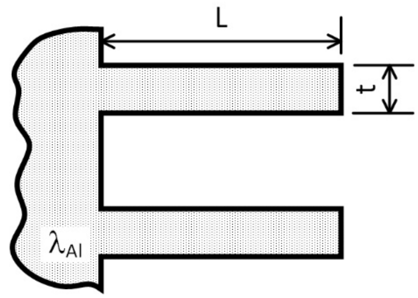
Se ştie:

- dimensiunile și numărul aripioare atașate;
- materialul din care sunt confecționate aripioarele;
- coeficientul de transfer termic convectiv cu și fără aripioare.

Se cere:

- creșterea procentuală a fluxului termic transferat către exterior prin atașarea aripioarelor.

Schematizare:



Ipoteze:

- transferul de căldură staționar, unidimensional;
- conductivitate termică constantă;
- schimb de căldură radiativ neglijabil;
- coeficient de transfer termic convectiv uniform;
- rezistență de contact neglijabilă la interfața perete-aripioară.

Proprietăţi:

- din tabelul 1 (Anexa 1), pentru aluminiu pur la temperatura de 400 K, conductivitatea termică are valoarea $\lambda_{Al} = 240\ W/mK$;

Analiză:

Pe perete sunt atașate

$$N = \frac{1}{4\times10^{-3}} = 250\ \text{aripioare}/m$$

Se evaluează parametrii aripioarei:

- lungimea corectată

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 0,05 + \frac{0,0005}{2} = 0,05025\ m$$

- aria profilului corectat al aripioarei

$$A_p = L_c \cdot t = 0,05025 \cdot 0,5\times10^{-3} = 25,13\times10^{-6}\ m^2$$

- coeficientul (mL_c)

$$m \cdot L_c = L_c^{3/2}\left(\frac{\alpha}{\lambda \cdot A_p}\right)^{1/2} = 0,05025^{3/2} \cdot \left(\frac{30}{240 \cdot 25,13\times10^{-6}}\right)^{1/2} = 0,858$$

Din figura 18 (Anexa 3) rezultă eficiența aripioarei

$$\eta_{ar} = 68\% = 0,68$$

Fluxul transferat prin aripioară se calculează cu relația:

$$\dot{Q}_{ar} = \eta_{ar} \cdot \alpha_{ar} \cdot A_{ar} \cdot \theta_b = \eta_{ar} \cdot \alpha_{ar} \cdot L_c \cdot P \cdot \theta_b = \eta_{ar} \cdot \alpha_{ar} \cdot L_c \cdot 2w \cdot \theta_b\ ;$$

$$\dot{Q}_{ar} = 0,68 \cdot 35 \cdot 0,05025 \cdot 2w \cdot \theta_b\ ;$$

$$\dot{Q}_{ar} = 2,392 \cdot w \cdot \theta_b\ ;$$

Fluxul total transferat prin cele 250 de aripioare și prin spațiul dintre aripioare se determină cu relația

$$\dot{Q}_t = N \cdot \eta_{ar} \cdot \alpha_{ar} \cdot L_c \cdot 2w \cdot \theta_b + \left(1 - N \cdot t\right) \cdot w \cdot \alpha_{ar} \cdot \theta_b$$

$$\dot{Q}_t = 250 \cdot 2{,}392 \cdot w \cdot \theta_b + \left(1 - 250 \cdot 0{,}5 \times 10^{-3}\right) \cdot w \cdot 35 \cdot \theta_b$$

$$\dot{Q}_t = 598 \cdot w \cdot \theta_b + 30{,}625 \cdot w \cdot \theta_b$$

$$\dot{Q}_t = 628{,}625 \cdot w \cdot \theta_b$$

Pentru a determina fluxul termic transferat prin peretele liber

$$\dot{Q}_{liber} = \alpha_{liber} \cdot A_{liber} \cdot \theta_b = \alpha_{liber} \cdot 1 \cdot w \cdot \theta_b = 45 \cdot 1 \cdot w \cdot \theta_b$$

$$\dot{Q}_{liber} = 45 \cdot w \cdot \theta_b$$

Creșterea procentuală a fluxului termic transferat către exterior prin atașarea aripioarelor este

$$\frac{\dot{Q}_t - \dot{Q}_{liber}}{\dot{Q}_{liber}} = \frac{628{,}625 \cdot w \cdot \theta - 45 \cdot w \cdot \theta_b}{45 \cdot w \cdot \theta_b} \cdot 100\%$$

$$\frac{\dot{Q}_t - \dot{Q}_{liber}}{\dot{Q}_{liber}} = 1297\,\%$$

Concluzii / Comentarii:

- prin atașarea aripioarelor se obține o creștere semnificativă a fluxului termic transferat către exterior;
- în general, creșterea fluxului transferat se obține prin micșorarea grosimii aripioarei și prin micșorarea distanței dintre aripioare; în acest caz aceste intervenții nu sunt posibile deoarece atât grosimea aripioarelor cât și spațiul dintre acestea sunt foarte mici, 0,0005 m, respectiv 0,004 m (distanța dintre axele a două aripioare succesive).

4.3 Probleme propuse

Problema P4.1

Un perete are următoarele dimensiuni: înălțime 3 m, lățime 6 m, grosime 0,3 m și conductivitate termică $\lambda = 1\ \text{W/mK}$. Temperaturile măsurate pe cele două fețe ale peretelui sunt de 18°C, respectiv -5°C. Să se determine fluxul termic unitar și fluxul termic total transferate prin perete.

Problema P4.2

Pereții unui frigider sunt de tip multistrat și sunt realizați din două panouri metalice separate printr-un strat de izolație termică (spumă poliuretanică) de conductivitate termică $\lambda_{iz} = 0,026\ \text{W/mK}$ și grosime $\delta_{iz} = 5\,\text{cm}$. Panourile metalice sunt din tablă de oțel cu grosimea $\delta_{oțel} = 2\,\text{mm}$ și conductivitatea termică $\lambda_{oțel} = 50\ \text{W/mK}$. Care este aportul de căldură din exterior, pe unitatea de suprafață, dacă temperatura din interiorul incintei frigiderului este $T_{\infty,i} = 5\,°\text{C}$ și temperatura aerului exterior este $T_{\infty,e} = 23\,°\text{C}$. Se consideră că valorile coeficienților de transfer termic asociați convecției naturale pe cele două suprafețe delimitatoare ale peretelui sunt $\alpha_i = \alpha_e = 8\ \text{W/m}^2\text{K}$.

Problema P4.3

O fereastră cu înălțimea de 1,2 m și lățimea de 0,8 m este realizată din două foi de sticlă cu grosimea de 4 mm, dispuse la o distanță de 12 mm, între care este introdus un mediu gazos stagnant (aer) cu conductivitatea termică $\lambda_{aer} = 0,025\,\text{W/mK}$. Temperatura în interiorul camerei este de 22°C, iar temperatura exterioară are valoarea de -15°C. Coeficienții de transfer termic la interior și la exterior au valorile $\alpha_i = 8\,\text{W/m}^2\text{K}$ respectiv $\alpha_e = 70\,\text{W/m}^2\text{K}$. Se neglijează efectul radiației termice. Să se determine pierderea de căldură prin suprafața ferestrei. Ce efect ar putea avea dispunerea unui al treilea strat de sticlă?

Problema P4.4

Geamul din spate al unui automobil de grosime $\delta = 4\,\text{mm}$ este dezaburit prin trecerea unui curent de aer cald peste suprafața sa interioară.

Temperatura aerului exterior este $T_{\infty,e} = -15°C$, iar coeficientul de transfer termic convectiv pe suprafața exterioară este $\alpha_e = 60\ W/m^2K$.

a) Care sunt temperaturile pe cele două fețe ale lunetei ($T_{p,e}$, $T_{p,i}$) dacă temperatura aerului cald este $T_{\infty,i} = 40\,°C$ și coeficientul de transfer termic convectiv corespunzător este $\alpha_i = 35\ W/m^2K$?

b) Temperatura exterioară $T_{\infty,e}$ și coeficientul α_e se modifică în funcție de condițiile meteorologice și de viteza mașinii. Să se calculeze temperatura pe cele două fețe ale geamului ca o funcție de $T_{\infty,e}$, pentru $T_{\infty,e} \in [-25, 0]°C$, pentru valorile $\alpha_e = 5\,,60\,,100\ W/m^2K$

Problema P4.5

O altă metodă utilizată pentru dezaburirea geamului constă în aplicarea unui element încălzitor foarte subțire pe suprafața interioară a gemului. Prin încălzire electrică, pe întreaga suprafață a geamului de grosime $\delta = 4\,\text{mm}$, se disipă un flux termic unitar uniform.

Temperatura aerului exterior este $T_{\infty,e} = -15°C$, iar coeficientul de transfer termic convectiv pe suprafața exterioară are valoarea $\alpha_e = 60\,W/m^2K$.

a) Să se determine puterea electrică necesară pe m^2 de geam pentru a menține temperatura suprafeței interioare la valoarea de 16 °C. Se consideră că temperatura aerului interior și coeficientul de transfer termic convectiv corespunzător au valorile $T_{\infty,i} = 23\,°C$, respectiv $\alpha_i = 10\ W/m^2K$.

b) Pentru valori $\alpha_e = 5\,,60\,,100\ W/m^2K$, să se determine necesarul de putere electrică ca o funcție de $T_{\infty,e}$, pentru $T_{\infty,e} \in [-25, 0]°C$.

Problema 4.6P

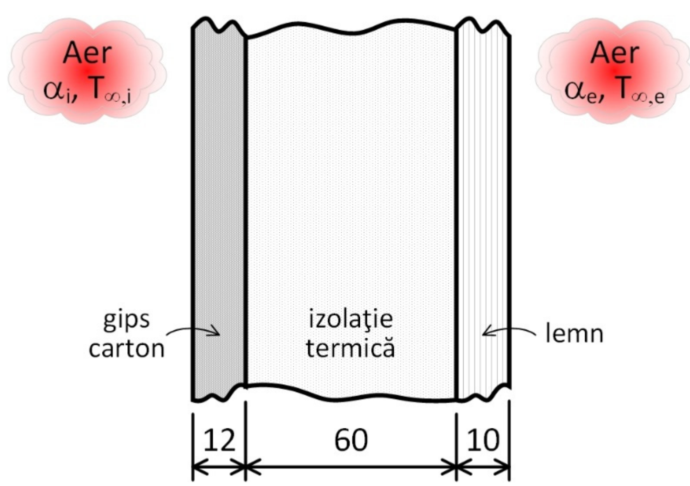
Peretele exterior al unei clădiri are o structură realizată din trei straturi: lemn, izolație de vată minerală de sticlă și placă din ghips carton, așa cum este indicat în figura de mai jos. Suprafața totală a peretelui este de 100 m^2.

Iarna, temperatura exterioară medie este $T_{\infty,e} = -15\,°C$, iar coeficientul de transfer termic convectiv pe suprafața exterioară a peretelui este $\alpha_e = 70\,W/m^2K$. Condițiile interioare sunt $T_{\infty,i} = 22\,°C$ și $\alpha_i = 10\,W/m^2K$.

a) Să se determine fluxul termic pierdut prin întreaga suprafață a peretelui și per m^2.

b) Care este fluxul termic unitar și total, pe întreaga suprafață, dacă peretele este înlocuit cu geam dublu din sticlă cu grosimea de 4 mm, între care se găsește un strat de aer stagnant cu grosimea de 12 mm?

c) Dacă vântul bate puternic, coeficientul α_e poate ajunge până la valoarea de $250\ W/m^2K$. Care este creșterea procentuală a pierderii de căldură pe m^2 în ambele variante constructive.



Problema P4.7

Peretele exterior al unei clădiri este realizat din beton armat, cu grosimea de 0,2 m. Aerul interior are temperatura de 20°C și umiditatea relativă de 70%. Temperatura exterioară este de -15°C.

Izolația termică este realizată din polistiren expandat și este protejată de un strat de tencuială cu grosimea de 10 mm și conductivitatea termică de 0,17 W/mK. Coeficienții de transfer termic convectiv la interior și la exterior sunt $\alpha_i = 8\,\mathrm{W/m^2K}$, respectiv $\alpha_e = 30\,\mathrm{W/m^2K}$.

Care este grosimea stratului de izolație termică plasat la exterior pentru a evita condensarea vaporilor pe suprafața interioară a peretelui?

Problema P4.8

Un perete exterior cu grosimea de 28 cm și suprafața de 24 m^2 este realizat din zidărie de cărămidă. Temperaturile în interiorul și exteriorul încăperii sunt $T_{\infty,i} = 20\,°C$, respectiv $T_{\infty,e} = -18°C$.

Coeficienții de transfer termic convectiv pe cele două suprafețe ale peretelui sunt $\alpha_i = 8\,\mathrm{W/m^2K}$ și $\alpha_e = 23\,\mathrm{W/m^2K}$.

a) Să se determine pierderea de căldură către mediul exterior prin peretele de zidărie de cărămidă.

b) Să se determine temperaturile pe cele două fețe ale peretelui.

c) Ce modificare în ceea ce privește pierderea de căldură și distribuția de temperatură pe grosimea peretelui aduce dispunerea unui strat de izolație termică din polistiren expandat cu grosimea de 10 cm?
Are importanță unde plasăm izolația (la interior/la exterior)?
Justificați răspunsul.

Problema P4.9

Peretele unei camere de uscare este realizat din două panouri metalice subțiri ce încadrează un strat izolator termic din vată de sticlă. Temperatura în interiorul cuptorului este de 330°C, iar coeficientul de transfer termic convectiv are valoarea $\alpha_i = 35\, W/m^2K$. Suprafața interioară a peretelui camerei absoarbe fluxul termic radiant $\dot{Q}''_{rad} = 35\, W/m^2$ de la obiectele fierbinți din interiorul cuptorului. Temperatura aerului din exteriorul cuptorului este de 25°C, iar coeficientul global de transfer termic convectiv și radiant pe suprafața exterioară este $\alpha_e = 12\, W/m^2K$.

a) Reprezentați circuitul termic echivalent pentru perete și indicați temperaturile și fluxul termic transferat.

b) Ce grosime trebuie să aibă izolația (δ_{iz}) pentru a limita temperatura pe suprafața exterioară la 45°C?

Problema P4.10

Peretele metalic al unui cazan termic cu o suprafață de 3,5 m^2 nu este izolat termic, astfel încât temperatura pe suprafața exterioară este de 80°C. Temperatura din încăperea în care se află cazanul este de 30°C, iar coeficientul de transfer termic global pe suprafața exterioară este de 10 W/m^2K. Se intenționează reducerea cu 75% a pierderilor de căldură către exterior prin dispunerea unui strat de vată de sticlă cu conductivitatea termică δ_{iz} = 0,036 W/mK (conform tab.3, anexa 1).

Presupunând că temperatura pe suprafața metalică rămâne aceeași (80°C), să se determine grosimea stratului izolator.

Cazanul funcționează continuu cu un randament termic de 85 %. Combustibilul utilizat este gaz natural cu puterea calorifică inferioară $H_i = 35,5\, MJ/m^3$ și un preț de 1,4 lei/m^3. Ce sumă de bani se economisește în decursul unui an prin plasarea stratului izolator?

Dacă cheltuielile cu materialele utilizate pentru izolare termică și manopera sunt de 800 lei, să se determine perioada în care această investiție va fi recuperată.

Problema P4.11

Peretele unui cuptor industrial are următoarea structură: un strat de cărămidă refractară cu conductivitatea termică $\lambda_1 = 0,4$ W/mK, un strat de izolație termică din diatomit de grosime $\delta_2 = 0,06$ m și conductivitatea termică $\lambda_2 = 0,12$ W/mK și un strat de cărămidă roșie de grosime $\delta_3 = 0,25$ m și conductivitatea termică $\lambda_3 = 0,8$ W/mK.

Temperatura medie a gazelelor din cuptor este de 1200°C, iar cea a aerului din hală este de 27°C. Coeficienții de transfer termic convectiv pe cele două suprafețe delimitatoare ale peretului sunt $\alpha_i = 40\,\mathrm{W/m^2K}$ și $\alpha_e = 10\,\mathrm{W/m^2K}$.

a) Să se calculeze grosimea stratului de cărămidă refractară astfel încât temperatura maximă a izolației de diatomit să nu depășească valoarea de 760°C.

b) Să se determine fluxul termic unitar transferat prin perete considerând grosimea stratului de cărămidă refractară ca fiind cea calculată la punctul anterior, (a).

c) Cu cât se micșorează fluxul termic unitar dacă pe suprafața interioară a peretelui se depune un strat de funingine de grosime $\delta_4 = 1$ mm și conductivitatea termică $\lambda_2 = 1$ W/mK.

Problema P4.12

Miezul unui transformator este realizat din tole din tablă de grosime $\delta_1 = 0,5\,\mathrm{mm}$ și conductivitate termică $\lambda_1 = 57\,\mathrm{W/mK}$, alternând cu straturi de hârtie cu grosimea $\delta_2 = 0,05\,\mathrm{mm}$ și conductivitate termică $\lambda_2 = 0,14\,\mathrm{W/mK}$.

Să se calculeze conductivitatea termică echivalentă a miezului dacă transferul de căldură conductiv se realizează pe direcție

a) transversală

b) longitudinală, față de starturile componente.

Se consideră că această structură nu duce la apariția unor rezistențe de contact de valori semnificative.

Problema P4.13

Un tub din oțel inoxidabil este utilizat pentru transportul unui lichid cu temperatura de 10 °C. Diametrul interior al tubului este de 30 mm, iar grosimea acestuia este de 3 mm. Aerul ambiant are temperatura de 25°C, iar coeficienții de transfer termic convectiv la interior și la exterior au valorile $\alpha_i = 300\ W/m^2K$ și $\alpha_e = 10\ W/m^2K$.

a) Ce valoare are fluxul termic liniar transferat pe direcție radială?

b) Ce modificări se pot produce în ceea ce privește fluxul termic, dacă pe suprafața exterioară a tubului este aplicat un strat de izolație termică cu grosimea de 15 mm și conductivitatea termică de 0,026 W/mK?

Problema P4.14

Într-o centrală termoelectrică aburul supraîncălzit cu temperatura de 550°C este transportat de la cazan până la turbina cu abur printr-o conductă de oțel cu diametrul interior de 300 mm, grosimea peretelui de 30 mm și conductivitatea termică $\lambda_p = 40\ W/mK$. Pentru a reduce pierderile de căldură și pentru a limita temperatura pe suprafața exterioară a țevii, se aplică un strat de izolație termică din silicat de calciu cu conductivitatea termică $\lambda_{iz} = 0,07\ W/mK$. Pentru a împiedica degradarea în timp a izolației, aceasta este protejată cu tablă subțire de aluminiu cu emisivitatea ε = 0,2.

Temperatura aerului ambiant este de 27°C , iar coeficientul de transfer termic convectiv corespunzător are valoarea $\alpha_e = 8\ W/m^2K$. Temperatura suprafețelor delimitatoare ale halei au, de asemenea, temperatura de 27°C.

a) Dacă la interfața abur-perete metalic se înregistrează coeficientul de transfer termic convectiv $\alpha_i = 1200\ W/m^2K$, care este grosimea minimă a stratului izolator pentru ca temperatura foliei de aluminiu să nu depășească temperatura de 50°C?

b) Evidențiați grafic influența grosimii izolației asupra temperaturii suprafeței exterioare și asupra pierderii de căldură pe metru liniar de conductă.

Problema P4.15

Conducta de alimentare cu abur (debit solicitat $\dot{m} = 1,5\,\text{kg/s}$) a unui consumator industrial are diametrul interior de 274 mm, grosimea de 8 mm și este realizată din oțel cu conductivitatea termică $\lambda_p = 40\,\text{W/mK}$. Pe suprafața exterioară a conductei este dispus un strat izolator din silicat de calciu cu grosimea de 80 mm și conductivitatea termică $\lambda_{iz} = 0,07\,\text{W/mK}$.

La sursă, aburul are temperatura T_1 = 600 K, căldura specifică $c_p = 4200\,\text{J/kgK}$ și este transportat pe o distanță de 2 km.

Temperatura aerului exterior este $T_{\infty,e} = 280\,\text{K}$, iar coeficienții de transfer termic convectiv la interior și exterior au valorile $\alpha_i = 1100\,\text{W/m}^2\text{K}$ și $\alpha_e = 15\,\text{W/m}^2\text{K}$.

Să se determine temperatura cu care aburul ajunge la consumator.

Problema P4.16

Vaporizatorul unei instalații frigorifice este realizat din tuburi metalice subțiri cu diametrul interior de 10 mm prin care circulă freon cu temperatura de -15°C. Trecând peste aceste tuburi, aerul se răcește, coeficientul de transfer termic convectiv corespunzător fiind de 120 W/m^{2}K.

a) Dacă temperatura aerului este de -2°C, care este fluxul termic liniar transferat de la aer către agentul frigorific?

b) În cazul în care instalația de degivrare nu funcționează, pe suprafața exterioară a tuburilor se formează un strat de gheață a cărui conductivitate termică este $\lambda_{gh} = 1,88\,\text{W/mK}$.
Evidențiați efectul formării stratului de gheață asupra capacității de răcire a instalației frigorifice pentru intervalul $0 \le \delta_{gh} \le 4\,\text{mm}$.

Problema P4.17

O țeavă din oțel (AISI 1010), neizolată, cu diametrul interior de 100 mm și grosimea de 4 mm este utilizată pentru transportul apei de răcire către o instalație plasată în exterior. Iarna, temperatura suprafeței exterioare a țevii atinge temperatura de -18 °C, astfel încât pe suprafața interioară se formează un strat cilindric de gheață. Se știe că temperatura medie a apei este de 3 °C , iar coeficientul de transfer termic convectiv la interior este de 1800 W/m^{2}K.

Considerând că temperatura stratului de gheață format la interior este de 0 °C, care este grosimea acestuia?

Problema P4.18

O țeavă din oțel normal, cu diametrul exterior de 100 mm și grosimea de 12 mm este acoperită cu două straturi de materiale izolatoare. Stratul izolator (i), în contact direct cu conducta, este rezistent la temperaturi înalte (ignifug), are o conductivitate termică de 0,1 W/mK şi grosimea de 25 mm. Stratul izolator (j) de la exterior, are o conductivitate termică de 0,05 W/mK şi grosimea de 25 mm.

Această ţeavă este testată pentru transportul unui gaz fierbinte, care asigură la suprafaţa interioară a ţevii o temperatură de 500 °C, în timp de temperatura supafeţei exterioare a stratului izolator (j) este 0 °C.

a) Să se determine fluxul termic pe metru liniar de conductă.
b) Să se determine valoarea temperaturii la interfaţa între cele două straturi de izolaţie, (i) şi (j).
c) Dacă s-ar putea schimba între ele cele două materiale (adică stratul (j) este acum in contact direct cu conducta de oţel, iar stratul (i) se află la exterior), cum se modifică valoarea fluxului termic?
d) Să se compare şi să se explice rezultatele de la punctele (a) şi (c)

Problema P4.19

Să se refacă problema P4.18, considerând că gazul din interior are temperatura de 500 °C, în timp mediul exterior este la 0 °C. Coeficienţii convectivi de transfer de căldură sunt 100 W/m^{2}K la interior şi 10 W m^{2}K la exterior.

Problema P4.20

O ţeavă lungă are raza interioară r_i şi temperatura pe suprafaţa interioară T_i, respectiv raza exterioară r_e şi temperatura pe suprafaţa exterioară T_e. Dacă se poate exprima conductivitatea termică a materialului ţevii ca fiind $\lambda = \lambda_0 \left[1 + b \cdot \left(T - T_0 \right) \right]$, să se obţină o ecuaţie pentru fluxul termic pe unitatea de lungime a conductei.

Problema P4.21

Printr-o țeavă cu diametrul interior d_i = 54 mm, diametrul exterior d_e = 60 mm, realizată dintr-un material cu conductivitatea termică $\lambda_p = 49\ W/mK$, circulă abur cu temperatura de 300 °C. Țeava este acoperită cu un strat de izolație termică din vată de sticlă cu o grosime de 30 mm și conductivitate termică $\lambda_{iz} = 0,046\ W/mK$. Transferul de căldură se realizează de la conductă către mediul exterior (aer cu temperatura de 3 °C) prin convecție și radiație, coeficientul de transfer termic echivalent/combinat fiind $\alpha_e = 20\ W/m^2K$.

Considerând coeficientul de transfer termic pe suprafața interioară a țevii $\alpha_i = 100\ W/m^2K$, să se determine fluxul termic liniar pierdut către exterior și variația de temperatură în stratul de izolație și în peretele metalic al țevii. Reprezentați circuitul termic echivalent.

Problema P4.22

O doză din aluminiu conține inițial o băutură cu temperatura uniformă de 5 °C. Doza are 12,5 cm înălțime și diametrul de 6 cm. Dacă coeficientul de transfer termic combinat convecție/radiație între doză și aerul înconjurător cu temperatura de 23 °C este $\alpha_e = 10\ W/m^2K$, să se determine timpul necesar ca temperatura lichidului din interiorul dozei să crească cu 10 °C. Pentru a menține temperatura rece un timp mai îndelungat, doza se introduce într-o husă termoizolantă cu grosimea de 1 cm și conductivitatea termică $\lambda_{iz} = 0,15\ W/mK$.

În cât timp temperatura băuturii va crește cu 10°C în această situație? Reprezentați circuitul termic echivalent.

Problema P4.23

O doză din aluminiu conține inițial o băutură cu temperatura uniformă de 5 °C. Doza are 12,5 cm înălțime și diametrul de 6 cm. Pentru a menține temperatura rece un timp mai îndelungat, doza se introduce într-o husă termoizolantă cu grosimea de 1 cm și conductivitatea termică $\lambda_{iz} = 0{,}15\ \mathrm{W/mK}$. Se presupune că suprafața superioară a dozei nu este acoperită. La interfața izolație termică - perete metalic apare o rezistență de contact cu valoarea $R''_{t,c} = 5\times10^{-4}\ \mathrm{m^2K/W}$. Coeficientul de transfer termic combinat convecție/radiație între doză și aerul înconjurător (aflat la 25 °C) este $\alpha_e = 10\ \mathrm{W/m^2K}$.

Să se determine timpul necesar ca temperatura lichidului din interiorul dozei să crească cu 10 °C.

Problema P4.24

La ieșirea din turbina unei centrale termoelectrice, aburul saturat are presiunea de 0,06 bar și temperatura de 36 °C. Aburul trebuie condensat într-un condensator alimentat cu apă de răcire care curge prin țevi de cupru cu diametrul interior de 10 mm și grosimea peretelui de 2 mm. Temperatura medie a apei de răcire în condensator se presupune a fi de 20 °C. Coeficienții de transfer termic convectiv pe partea de abur și pe partea de apă de răcire au valorile $\alpha_e = 8000\ \mathrm{W/m^2K}$, respectiv $\alpha_i = 200\ \mathrm{W/m^2K}$.

În aceste condiții, ce lungime de țeavă este necesară pentru a condensa un debit de abur de 52 kg/h?

Problema P4.25

În interiorul unui condensator, un debit de 45 kg/h abur saturat cu presiunea de 0,04 bar trebuie condensat. Apa de răcire cu o temperatură medie de 20 °C circulă prin țevi de cupru cu diametrul interior de 10 mm și grosimea peretelui de 2 mm. Pentru coeficienții de transfer termic convectiv pe partea de abur și pe partea de apă de răcire se consideră valorile $\alpha_e = 8000\ \mathrm{W/m^2K}$, respectiv $\alpha_i = 200\ \mathrm{W/m^2K}$. În interiorul țevilor s-a format un strat de depuneri de piatră cu grosimea de 0,015 mm și conductivitatea termică $\lambda_d = 0{,}865\ \mathrm{W/mK}$.

Ce lungime de țeavă e necesară pentru a condensa debitul de abur specificat?

Problema P4.26

Pentru depozitarea unei cantități de ulei ce trebuie menținut la o temperatură constantă de 400 K este utilizat un rezervor cilindric cu capetele de formă semisferică. Lungimea părţii cilindrice și diametrul porțiunii semisferice au valorile L = 1,5 m și d_i = 0,8 m. Materialul rezervorului este tablă din oțel inoxidabil cu grosimea de 10 mm. Rezervorul este plasat în aer ambiant cu temperatura de 25 °C, iar coeficienții de transfer termic convectiv la interior și la exterior sunt $\alpha_i = 100\ \mathrm{W/m^2K}$ și $\alpha_e = 8\ \mathrm{W/m^2K}$.

Determinați puterea electrică a încălzitorului imersat în ulei pentru a menține constantă temperatura lichidului.

Problema P4.27

Într-un rezervor de formă sferică, cu diametrul exterior de 600 mm și grosimea peretelui de 5 mm este depozitat oxigen lichid cu temperatura de fierbere de -183 °C, căldura latentă de vaporizare de 213 kJ/kg și densitatea de 1140 kg/m^3. Rezervorul este confecționat din oțel inoxidabil și este amplasat într-o incintă cu temperatura aerului și a suprafețelor delimitatoare de 20 °C.

a) Care sunt pierderile de oxigen în mediul ambiant (prin supapele de siguranță, ca urmare a vaporizării parțiale a oxigenului lichid), dacă emisivitatea suprafeței exterioare a rezervorului este ε = 0,17 și coeficientul de transfer termic convectiv are valoarea $\alpha_e = 10\ \mathrm{W/m^2K}$?
b) Pentru limitarea pierderilor de oxigen la 1,2 kg/zi, se adaugă un strat de izolație termică ($\lambda_{iz} = 0,0017\ \mathrm{W/mK}$) pe suprafața exterioară a rezervorului. Care trebuie să fie grosimea izolației?

Problema P4.28

O probă de cercetare marină este alcătuită din două straturi sferice în contact perfect. Stratul interior de oţel normal are raza interioară de 25 cm şi grosimea 25 mm. Stratul extern este din oţel inox cu grosimea de 25 mm. Echipamentul electronic al probei generează un flux termic de 1000 W/m^2 (raportat la suprafaţa interioară).

Dacă la suprafaţa exterioară apa de mare asigură o temperatură de 5 °C, care este temperatura suprafeţei interioare a probei? Este mai mică de 50 °C?

Problema P4.29

Un rezervor sferic a cărui geometrie este caracterizată de razele r_i (raza interioară) și r_e (raza exterioară) este plin cu o substanță în interiorul căreia au loc reacții chimice exoterme. Suprafața exterioară a rezervorului este pusă în contact cu un fluid cu temperatura T_∞, înregistrându-se coeficientul de transfer termic convectiv α. Conductivitatea termică a materialului din acre este confecționat rezervorul este λ, iar fluxul termic volumetric degajat în urma reacțiilor chimice este $\dot{Q}'''$.

Deduceți expresia de calcul a distribuției de temperatură pe grosimea peretelui.

Problema P4.30

Un rezervor sferic cu diametrul de 3 m este plin azot lichid la presiunea de 1 atm și temperatura de 196 °C. Temperatura aerului exterior este de 18 °C, iar coeficientul de transfer termic combinat convecție/radiație are valoarea $\alpha_e = 30\ \mathrm{W/m^2K}$.

Să se determine debitul masic de azot eliminat la nivelul supapelor de siguranță datorită aportului de căldură din exterior prin peretele rezervorului. Se vor considera următoarele situații:

a) rezervor neizolat;
b) rezervor izolat cu un saltele de vată de sticlă cu grosimea de 5 cm și conductivitatea termica $\lambda_{iz} = 0{,}038\ \mathrm{W/mK}$.

Problema P4.31

Un rezervor sferic cu diametrul interior de 2,5 m conține GPL (gaz petrolier lichefiat) la temperatura de -55 °C. Peretele sferic are o grosime de 5 mm și este realizat din oțel cu conductibilitatea termică $\lambda_p = 12{,}6\ \mathrm{W/mK}$. Pentru a reduce aportul de căldură din exterior, rezervorul este acoperit cu un start de izolație termică cu grosimea $\delta_{iz} = 100\ \mathrm{mm}$ și conductivitatea termică $\lambda_{iz} = 0{,}026\ \mathrm{W/mK}$. Temperatura mediului ambiant este $T_\infty = 23°\mathrm{C}$, iar coeficientul de transfer termic convectiv pe suprafața exterioară are valoarea $\alpha_e = 15\ \mathrm{W/m^2K}$.

Dacă izolația termică este permeabilă la umiditatea din aer, există posibilitatea apariției gheții în interiorul izolației? Ce soluții sugerați pentru a evita această situație?

Problema P4.32

Pentru stocarea unei cantități de azot lichid cu temperatura de -196 °C este folosit un rezervor metalic de formă sferică, confecționat dintr-un material cu conductivitatea termică $\lambda_p = 40\,W/mK$. Rezervorul are un diametru interior de 0,7 m și o grosime a peretelui sferic de 5 mm. Pe suprafața exterioară este aplicat un strat de izolație termică de 20 mm grosime și conductivitate termică $\lambda_{iz} = 0,0017\,W/mK$. Aerul ambiant are temperatura de 25 °C, iar coeficientul de transfer termic corespunzător are valoarea $\alpha_e = 15\,W/m^2K$. Căldura latentă de vaporizare și densitatea azotului lichid la presiune de 1 atm sunt $h_{lg} = 198\,kJ/Kg$, respectiv ρ = 810 kg/m^3.

a) Ce valoare are fluxul termic transferat prin peretele rezervorului?

b) Care este debitul de vapori evacuat din interiorul rezervorului (la supapele de siguranță, ca urmare a vaporizării azotului lichid).

c) Ce grosime trebuie să aibă izolația pentru reducerea pierderilor la 9 l/zi?

Problema P4.33

Un cip de siliciu foarte subțire ce disipă un flux termic unitar de $25\cdot10^3\,W/m^2$ este lipit de o placă suport cu grosimea de 5 mm și conductivitatea termică de $10\,W/mK$ Cipul este răcit direct cu un lichid dielectric cu temperatura de 25 °C , iar coeficientul de transfer termic convectiv pe suprafața de contact cip-lichid are valoarea de 1000 W/m^2. Rezistența termică de contact între cip și placă este de $0,9\times10^{-4}\,m^2K/W$. Suprafața liberă a plăcii este răcită cu aer cu temperatura de 25 °C, iar coeficientul de transfer termic convectiv corespunzător este de 60 W/m^{2}K.

a) Reprezentați circuitul termic echivalent pentru ansamblu cip - placă.

b) Care este temperatura cipului în condițiile precizate în enunțul problemei?

c) Care este fluxul unitar maxim ce poate fi disipat de cip pentru a nu depăși temperatura de 80°C?

d) Dacă lichidul dielectric este înlocuit cu aer, coeficientul de transfer termic convectiv scade la 120 W/m^{2}K. Care este fluxul termic unitar maxim ce se poate disipa acum, fără a depăși temperatura maximă admisă de 80°C?

Problema P4.34

O cameră frigorifică de formă cubică cu latura de 3,5 m are peretele realizat din următoarele straturi succesive: un strat exterior cu grosimea de 1 mm din tablă de oțel, un strat intermediar izolator din spumă poliuretanică cu grosimea de 100 mm și un strat interior din tablă de aluminiu cu grosimea de 1 mm. La interfața izolație-tablă apar rezistențe termice de contact cu valoarea $R''_{t,c} = 5\times10^{-4}\ m^2K/W$. Coeficienții de transfer termic convectiv pe suprafețele delimitatoare ale peretelui au valorile $\alpha_i = 30\ W/m^2K$, respectiv $\alpha_e = 8\ W/m^2K$.

În condiții staționare de funcţionare, caracterizate de temperatura interioară $T_{\infty,i} = -17\ °C$, temperatura exterioară $T_{\infty,e} = 25\ °C$, să se determine sarcina de răcire a agregatului frigorific și reprezentaţi distribuția de temperatură pe grosimea peretelui.

Problema P4.35

O placă de cupru cu grosimea de 2 mm este presată între alte două plăci cu grosimea de 5 mm și conductivitate termică $\lambda = 0,3\ W/mK$. Pe ambele fețe ale plăcii de Cu apar rezistențe de contact de valoare $R''_{t,c} = 1,6\times10^{-4}\ m^2K/W$.

Să se determine eroarea ce ar apărea în determinarea rezistenței totale a acestei structuri, dacă rezistența de contact ar fi neglijată.

Problema P4.36

O bandă din aluminiu foarte subțire este înfășurată pe un tub cilindric a cărui suprafață interioară este menținută la temperatura de 10 °C. Peretele cilindric are raza interioară de 10 mm și raza exterioară de 13 mm. Rezistența termică de contact între banda de aluminiu și tub este $R'_{t,c} = 0,01\ mK/W$. În exteriorul tubului circulă un fluid cu temperatura de -5 °C, iar coeficientul de transfer termic convectiv este $\alpha_e = 100\ W/m^2K$

a) Ce flux termic trebuie să disipeze folia atunci când este parcursă de curent electric pentru a se menține la temperatura de 40°C.
b) Ce temperatură se înregistrează pe suprafața interioară a tubului?

Problema P4.37

Un conductor electric cu diametrul de 5 mm și rezistența electrică de $6\times10^{-4}\ \Omega/m$ este parcurs de un curent de 500 A. Aerul și suprafețele delimitatoare din jurul conductorului au temperatura de 25 °C.

Suprafața conductorului are emisivitatea ε = 0,24 și coeficientul de transfer termic convectiv $\alpha = 20\ W/m^2K$.

a) Conductorul fiind neizolat, care este temperatura pe suprafața exterioară?

b) Dacă pe conductor este aplicată o izolație electrică cu grosimea de 2 mm și conductivitate termică 0,3 W/mK, care sunt temperaturile extreme ale stratului izolator?
Se consideră că izolația are emisivitatea ε = 0,8, coeficientul de transfer termic convectiv este cel din enunțul problemei, iar la interfața conductor-izolație intervine rezistența termică de contact $R''_{t,c} = 2,5\times10^{-4}\ m^2K/W$.

Problema P4.38

Un reactor chimic de formă sferică, cu diametrul interior de 0,9 m și grosimea peretelui de 10 mm este confecționat din oțel inox. Reactorul este amplasat într-o incintă cu temperatura de 20 °C, iar coeficientul de transfer termic convectiv pe suprafața exterioară are valoarea $\alpha = 10\ W/m^2K$.

a) Datorită căldurii generate în timpul reacțiilor chimice, suprafața interioară a peretelui sferic se menține la temperatura constantă de 70 °C. În aceste condiții, care sunt pierderile de căldură către mediul ambiant?

b) Pe suprafața exterioară este aplicat un strat de izolație termică din vată de sticlă cu grosimea de 20 mm și conductivitatea termică $\lambda_{iz} = 0,038\ W/mK$. Astfel, la interfața izolație-perete metalic apare rezistența termică de contact $R''_{t,c} = 10^{-3}\ m^2K/W$. Dacă fluxul termic generat în interiorul reactorului rămâne neschimbat, care este temperatura suprafeței interioare?

Problema P4.39

Un conductor electric din Cu având diametrul de 3 mm și rezistivitatea la 0 °C de valoare $\rho_0 = 1,68 \times 10^{-8}\ \Omega m$ este acoperit cu un strat de izolație electrică cu grosimea δ_{iz} = 1 mm și conductivitatea termică $\lambda_{iz} = 0,24\ W/mK$. Rezistența termică de contact la interfața conductor-izolație este $R''_{t,c} = 3 \times 10^{-3}\ m^2K/W$. Temperatura mediului ambiant este $T_\infty = 20\ °C$, iar coeficientul de transfer termic convectiv la suprafața izolației are valoarea $\alpha = 15\ W/m^2K$. Dependența rezistivității electrice a materialului conductorului de temperatură se exprimă prin relația $\rho = \rho_0 (1 + \beta T)$, unde coeficientul $\beta = 0,0043\ °C^{-1}$ iar temperatura este exprimată în °C.

Care este valoarea maximă a intensității curentului electric care poate trece prin acest conductor, dacă temperatura maximă admisibilă pentru izolație este de 75 °C ?

Problema P4.40

Un conductor electric cu lungimea de 10 m și diametrul de 2 mm este acoperit cu o izolație din PVC cu grosimea de 1 mm și conductivitate termică $\lambda = 0,15\ W/mK$. La interfața izolație-conductor rezistența termică de contact este $R''_{t,c} = 3 \times 10^{-4}\ m^2K/W$. Măsurătorile au indicat un curent de 10 A prin conductor și o tensiune de 8 V la capetele acestuia. Condițiile exterioare sunt precizate prin temperatura mediului ambiant $T_\infty = 27\ °C$ și coeficientul de transfer termic convectiv $\alpha = 15\ W/m^2K$.

Să se determine temperatura la interfața conductor - izolație în condiții de lucru staționare. Ce efect are dublarea grosimii izolației asupra acestei temperaturi? Să se reprezinte circuitul termic echivalent.

Problema P4.41

O bilă cu diametrul de 10 mm și temperatura de 60 °C este acoperită cu un strat de izolație din PVC cu grosimea de 2 mm și conductivitatea termică $\lambda = 0,13\ W/mK$. Bila este plasată într-un mediu cu temperatura de 20 °C, iar coeficientul de transfer termic combinat convecție/radiație are valoarea $\alpha = 20\ W/m^2K$.

Să se clarifice dacă izolația ajută sau împiedică transferul de căldură de la bilă către exterior.

Problema P4.42

Determinați raza critică pentru un material izolator cu conductivitatea termică $\lambda = 0,05\ W/mK$ ce este dispus pe exteriorul unei țevi de diametru d_e = 50 mm. Mediul ambiant are temperatura $T_\infty = 27\ °C$, iar coeficientul de transfer termic convectiv are valoarea $\alpha = 10\ W/m^2K$.

Să se determine fluxul termic transferat către exterior dacă temperatura pe suprafața exterioară a țevii este de 100 °C. Calculul se va efectua în două variante: țeavă neizolată și țeavă izolată, grosimea izolației rezultând de raza critică a izolației.

Problema P4.43

Determinați relația de calcul a razei critice a izolației în cazul unui rezervor sferic.

Efectuați calculul numeric pentru următoarele condiții: diametrul exterior al rezervorului d_e = 1 m; temperatura pe suprafața exterioară a rezervorului T_p = 10 °C; conductivitatea termică a izolației $\lambda = 0,1\ W/mK$; temperatura aerului exterior $T_\infty = 30\ °C$; coeficientul de transfer termic convectiv $\alpha_e = 30\ W/m^2K$.

Ce grosime trebuie să aibă izolația pentru a reduce aporturile de căldură cu 75 % față de cazul rezervorului neizolat.

Problema P4.44

Să se compare distribuția de temperatură de-a lungul unei tije cilindrice cu diametrul de 2 cm și lungimea de 15 cm ce are unul din capete atașat de o placă suport cu temperatura de 100°C.

Temperatura mediului ambiant la care este expusă tija este de 25 °C, iar coeficientul de transfer termic convectiv are valoarea α = 25 W/m^2K.

De asemenea, să se determine fluxul termic transferat între tijă și mediul ambiant.

Se vor considera trei materiale pentru realizarea tijei: cupru ($\lambda_{Cu} = 293\ W/mK$) oțel inox ($\lambda_{inox} = 15,2\ W/mK$) şi sticlă ($\lambda_{sticla} = 1,4\ W/mK$).

Problema P4.45

O tijă din oțel inox cu lungimea de 10 cm, are secțiunea transversală un pătrat cu latura de 1 cm. Baza tijei are temperatura de 350°C. Tija este expusă unui mediu cu temperatura de 45 °C, iar coeficientul de transfer termic convectiv corespunzător are valoarea α = 40 W/m^{2}K.

Să se determine fluxul termic transferat către exterior prin tijă (considerată o aripioară) și eficiența aripioarei.

Problema P4.46

O aripioară dreaptă din aluminiu cu profil rectangular de 3 mm grosime și 7 cm lățime este dispusă de-a lungul unui perete plan a cărui temperatură pe suprafața exterioară este de 250 °C. Condițiile exterioare sunt caracterizate de temperatura $T_\infty = 40\,°C$ și coeficientul de transfer termic convectiv α = 15 W/m^{2}K.

Să se determine fluxul termic transferat către exterior prin aripioară.

Problema P4.47

O aripioară dreaptă din oțel cu profil rectangular, cu o grosime de 2 cm și o lungime de 17 cm este fixată pe un perete a cărui suprafață se menține la 300°C. Temperatura mediului ambiant este de $T_\infty = 27\,°C$, iar coeficientul de transfer termic convectiv are valoarea α = 23 W/m^{2}K.

Să se determine fluxul termic transferat și eficiența aripioarei.

Problema P4.48

O aripioară inelară cu profil rectangular din oțel inoxidabil (AISI 1010) cu o grosime de 2 mm și o lungime de 7 cm este fixată pe o țeavă a cărei diametru exterior este de 2 cm. Temperatura bazei aripioarei, respectiv temperatura pe suprafața exterioară a țevii este de 150 °C. Aripioara este expusă mediului ambiant ce are o temperatură de 10 °C, coeficientul de transfer termic convectiv fiind de 23 W/m^{2}K.

Să se determine pierderea de căldură prin suprafața aripioarei.

Problema P4.49

Un element de încălzire constă din țevi cu diametrul exterior de 2,5 cm prin care circulă abur. Temperatura pe suprafața exterioară a țevilor este de 120 °C. Pentru a mări suprafața de transfer de căldură, pe țeavă sunt atașate aripioare inelare din aliaj de aluminiu ($\lambda_{Al} = 186\ W/mK$) cu diametrul exterior de 5 cm și grosime de 1,5 mm. Distanța dintre aripioare fiind de 2,5 mm, pe fiecare metru liniar de țeavă pot fi atașate 250 de aripioare. Temperatura aerului exterior este de 25 °C, iar coeficientul de transfer termic combinat convecție/radiație are valoarea α = 60 W/m^{2}K.

Să se determine ce efect au aripioarele asupra fluxului termic transferat către exterior.

Problema P4.50

Un motor de motocicletă este realizat dintr-un aliaj de aluminiu (2024-T6) și are înălțimea de 15 cm și diametrul exterior de 5 cm. În condiții normale de funcționare, pe suprafața exterioară a cilindrului motorului se înregistrează o temperatură de 500 K. Condițiile exterioare sunt caracterizate de temperatura uniformă $T_\infty = 300\,K$ și coeficientul de transfer termic convectiv α = 40 W/m^{2}K. Pentru a mări fluxul termic transferat către exterior, pe suprafața exterioară a cilindrului sunt dispuse 6 aripioare inelare cu grosimea de 5 mm și lungimea de 20 mm, dispuse la distanță egală.

Ce efect asupra fluxului termic transferat au aceste aripioare?

Problema P4.51

Pentru transportul aburului sunt utilizate țevi din oțel ce sunt fixate prin intermediul unor flanșe cu grosimea de 15 mm. Diametrul interior al țevii este 159 mm, grosimea țevii este de 5 mm, iar diametrul exterior al flanșei este de 250 mm. În condiții normale de funcționare, suprafața interioară a țevii este menținută la 250 °C, iar temperatura mediului ambiant are valoarea de 20 °C.

Dacă coeficientul de transfer termic convectiv este α_e = 15 W/m^{2}K, care este pierderea de căldură către exterior la nivelul flanșei? Conductivitatea termică a oțelului (materialul din care sunt confecționate țevile și flanșa) este de 40 W/mK.

Problema P4.52

Două țevi din oțel ($\lambda_{otel} = 52\,W/mK$) cu lungimea de 4 m, grosimea peretelui metalic de 3,6 mm și diametrul exterior de 108 mm sunt conectate prin intermediul unor flanșe din același material cu grosimea de 10 mm și diametrul exterior de 200 mm. Aburul circulă prin țevi la o temperatură medie de 200 °C, coeficientul de transfer termic convectiv pe suprafața interioară fiind α = 200 W/m^{2}K. Suprafața exterioară a țevii este expusă mediului ambiant cu o temperatură de 15 °C, coeficientul de transfer termic convectiv fiind α = 23 W/m^{2}K.

a) Ignorând prezența flanșei, să se determine temperatura pe suprafața exterioară a țevii.

b) Considerând că la baza flanșei, considerată o aripioară, temperatura are valoarea determinată la punctul (a), să se determine eficiența flanșei și fluxul termic transferat către exterior prin intermediul acesteia.

Problema P4.53

O placă cu circuite imprimate de grosime 3 mm, lățime de 12 cm și lungime de 18 cm, conține 70 de componente electronice ce disipă fiecare 0,045 W. Placa este realizată dintr-un strat de material izolator pe care sunt dispuse straturi foarte subțiri de cupru, conductivitatea echivalentă a plăcii fiind $\lambda_p = 20\,W/mK$. Toată căldura generată de componentele electronice se transferă prin placă și de pe suprafața inferioară a plăcii este disipată în mediul ambiant cu temperatura de 45 °C. Coeficientul de transfer termic convectiv are valoarea α = 45 W/m^{2}K.

a) Să se determine temperatura pe cele două fețe ale plăcii.

b) Pe fața inferioară a plăcii este atașat un radiator realizat dintr-o placă de aluminiu ($\lambda_{Al} = 237\,W/mK$) cu grosimea de 2 mm (lățimea și lungimea fiind identice cu cele ale plăcii cu circuite imprimate) pe care sunt fixate 864 de aripioare aciculare din aluminiu cu lungimea de 20 mm și diametrul de 0,25 mm. Fixarea aripioarelor se face cu rășină epoxidică ($\lambda_{Al} = 1,8\,W/mK$), stratul de adeziv având o grosime de 2 mm. Să se determine temperaturile pe cele două fețe ale plăcii în acest caz.

Problema P4.54

Pe o țeavă din aluminiu cu diametrul exterior de 30 mm sunt atașate aripioare din același material cu grosimea de 1,5 mm și lungimea de 15 mm. Lipirea aripioarelor de țeavă determină apariția unei rezistențe termice de contact de valoare $R''_{t,c} = 3 \times 10^{-4}\ m^2K/W$. Temperatura exterioară a țevii este de 100 °C. Mediul ambiant are temperatura $T_\infty = 27\ °C$, iar coeficientul de transfer termic convectiv pe suprafața exterioară a țevii are valoarea α_e = 70 W/m^{2}K.

Să se determine fluxul termic transferat corespunzător unei singure aripioare. Ce valoare ar avea fluxul termic dacă rezistența termică de contact ar fi eliminată?

Problema P4.55

O placă fierbinte cu temperatura de 110 °C trebuie răcită. Pentru aceasta, pe suprafața plăcii sunt atașate tije din aluminiu ($\lambda_{Al} = 237\ W/mK$) cu lungimea de 35 mm și diametrul de 3 mm, dispuse la distanța de 6 mm între ele (măsurată între axele centrale). Temperatura mediului ambiant este de 30 °C și coeficientul de transfer termic convectiv are valoarea α = 50 W/m^{2}K.

Să se determine fluxul termic transferat către mediul ambiant dacă placa are dimensiunile 1,2m x 1,2m.

Să se determine eficiența globală a aripioarelor.

5 CONDUCŢIA TERMICĂ – BIDIMENSIONALĂ

O situaţie mai realistă consideră cazurile pentru care conducţia termică apare în mai multe direcţii, deci este necesară determinarea distribuţiei temperaturii într-un domeniu 2-D sau 3-D. Sunt necesare ecuaţii pentru toate direcţiile considerate, împreună cu condiţiile la limită corespunzătoare. Astfel de probleme pot fi rezolvate analitic pentru cazurile simple, prin metode grafice pentru a obţine rezultate rapide, sau prin metode numerice, care de regulă necesită programe specializate.

5.1 Relaţii de calcul importante

Ecuaţia diferenţială în două coordonate carteziene, proprietăţi fizice constante, fără generare şi condiţii staţionare:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0 \tag{5.1}$$

Soluţia **analitică**

- separarea variabilelor (cazuri simple – soluţia pentru condiţii de speţa I pe toate laturile domeniului analizat):

$$\theta_{(x,y)}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\cdot\left[1-(-1)^n\right]}{n\pi\cdot\sinh\left(n\pi H/L\right)}\cdot\sin\frac{n\pi x}{L}\cdot\sinh\frac{n\pi y}{L} \tag{5.2}$$

Soluţia **grafică**

- se pretează numai pentru cazuri simple – condiţii de speţa I şi speţa a II-a (pereţi izolaţi termic) pe toate laturile domeniului analizat:

1. identificarea tuturor liniilor de simetrie (adiabate).
2. identificarea liniilor de temperatură constantă la limitele sistemului analizat.
3. trasarea liniilor izoterme, la intervalele egale, perpendinculare pe adiabate.

4. trasarea liniilor de flux pentru a forma pătratele curbilinii (liniile de flux termic să intersecteze izotermele la unghiuri drepte, şi toate laturile unui pătrat astfel format ar trebui să fie de aproximativ aceeaşi lungime, $\Delta x \approx \Delta y$.

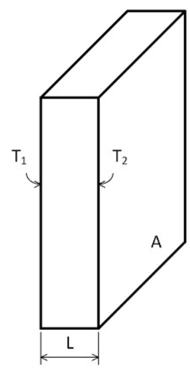
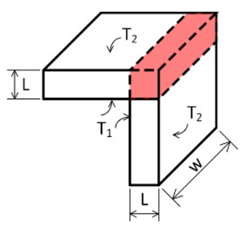
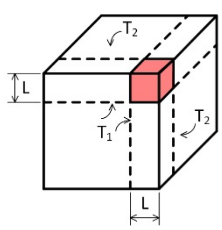
Factorul de formă:

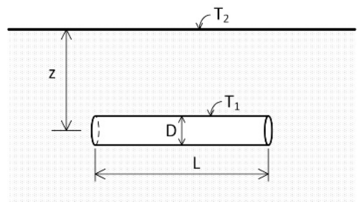
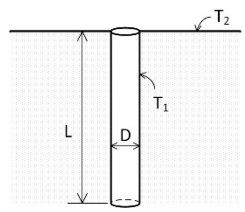
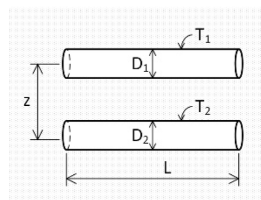
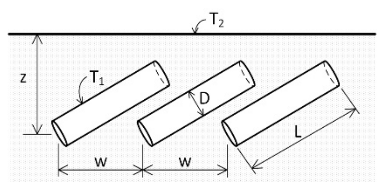
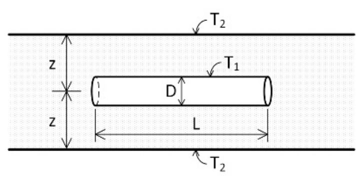
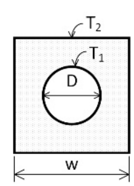
$$S = \frac{M \cdot Z}{N} \tag{5.3}$$

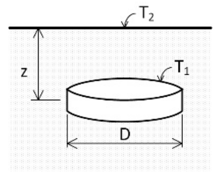
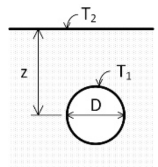
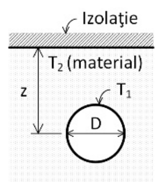
Fluxul termic transferat:

$$\dot{Q} \approx \lambda \cdot S \cdot \Delta T_{1\text{-}2} \tag{5.4}$$

Valorile factorului de formă S, pentru configuraţii uzuale:

Configuraţia	**Schematizare**	**Relaţii de calcul**
Perete plan mare		$S = \frac{A}{L}$
Muchia comună a doi pereţi de grosime egală		$S = 0.54w$
Colţul comun pentru trei pereţi de grosime egală		$S = 0.15L$

Configuraţia	Schematizare	Relaţii de calcul
Cilindru izoterm de lungime **L** şi diametru **D** îngropat într-un mediu semi-infinit (**L** >> **D** şi **z** > 1.5**D**)		$S = \frac{2\pi \cdot L}{\ln(4z/D)}$
Cilindru izoterm de lungime **L** şi diametru **D** îngropat vertical într-un mediu semi-infinit (**L** >> **D**)		$S = \frac{2\pi \cdot L}{\ln(4L/D)}$
Doi cilindri izotermi, plasaţi paralel într-un mediu semi-infinit (**L** >> **D_1**, **D_2**, **z**)		$S = \frac{2\pi \cdot L}{\cosh^{-1}\left(\frac{4z^2 - D_1^2 - D_2^2}{2D_1D_2}\right)}$
Şir de cilindri izotermi paraleli, plasaţi la intervale egale într-un mediu semi-infinit (**L** >> **D**, **z** şi **w** > 1.5**D**) -per cilindru-		$S = \frac{2\pi \cdot L}{\ln\left(\frac{2w}{\pi D} \cdot \sinh\frac{2\pi z}{w}\right)}$
Cilindru izoterm de lungime **L** şi diametru **D** plasat în planul median al unui perete infinit (**z** > 0.5**D**)		$S = \frac{2\pi \cdot L}{\ln\left(\frac{8z}{\pi D}\right)}$
Cilindru izoterm de lungime **L** şi diametru **D** plasat în centrul unei bare pătrate de aceeaşi lungime		$S = \frac{2\pi \cdot L}{\ln(1.08w/D)}$

Configuraţia	Schematizare	Relaţii de calcul
Disc îngropat paralel cu suprafaţa într-un mediu semi-infinit (**z** >> **D**)		$S = 4D$ Pentru z = 0, $S = 2D$
Sferă izotermă de diametru **D** îngropată într-un mediu semi-infinit		$S = \dfrac{2\pi \cdot D}{1 - 0.25 D/z}$
Sferă izotermă de diametru **D** îngropată într-un mediu semi-infinit, cu suprafaţa izolată		$S = \dfrac{2\pi \cdot D}{1 + 0.25 D/z}$

Soluţia **numerică**

- fie pentru exemple simple (calcule/programe scrise de utilizator), fie pentru geometrii complexe (necesită software specializate)

1. discretizarea domeniului.
2. scrierea aproximaţiilor cu diferenţe finite.
3. rezolvarea ecuaţiei cu diferenţe finite pentru nodurile reţelei.

Soluţia cu diferenţe finite pentru noduri interioare şi $\Delta x = \Delta y$:

$$T_{m+1,n} + T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + T_{m,n-1} - 4T_{m,n} = 0 \tag{5.5}$$

Soluţia metodei bilanţului energetic în noduri pe contur (condiţie convectivă) şi $\Delta x = \Delta y$:

$$2 \cdot T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + T_{m,n-1} - 4 \cdot T_{m,n} + \frac{2\alpha \cdot \Delta y}{\lambda}\left(T_{\infty} - T_{m,n}\right) = 0 \tag{5.6}$$

5.2 Probleme rezolvate

Problema rezolvată R5.1

O bară foarte lungă (în direcţia z), cu secţiunea rectangulară, are trei laturi menţinute la o temperatură constantă; cea de a patra latură prezintă o distribuţie sinusoidală a temperaturii, cu valoarea maximă θ_m:

$$\theta = \theta_m \cdot \sin\frac{\pi x}{L}$$

Să se determine distribuţia temperaturii în secţiunea analizată.

Soluţie

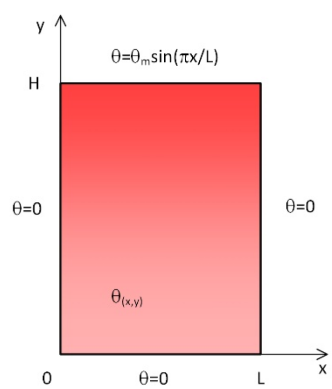
Se ştie:

- bară lungă in direcţia z, sectiune rectangulară (L x H)
- trei laturi sunt la temperatură constantă, a patra are distribuţie sinusoidală a temperaturii

Se cere:

- distribuţia temperaturii în secţiunea analizată

Schematizare:



Ipoteze:

- regim staţionar
- efectele conductive neglijabile de-a lungul celei de-a treia dimensiuni
- nu sunt surse interne de energie
- valoare constantă pentru conductivitatea termică

Proprietăţi:

-

Analiză:

Cu ipotezele de mai sus şi folosind ecuaţia (5.1) şi considerând θ ca fiind diferenţa de temperatură faţă de 0 °C, se poate obţine:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} = 0$$

cu condiţiile la limită:

$$\theta_{(0,y)} = 0 \qquad \theta_{(x,0)} = 0$$

$$\theta_{(L,y)} = 0 \qquad \theta_{(x,H)} = \theta_m \cdot \sin\frac{\pi x}{L}$$

Metoda separării variabilelor presupune că soluţia căutată este de forma:

$$\theta_{(x,y)} = X_{(x)} \cdot Y_{(y)}$$

adică un produs de două funcţii necunoscute, cu X(x) fiind o constantă sau o funcţie numai de x, iar Y(y) fiind cel mult o funcţie numai de y.

Derivând ecuaţia de două ori pentru fiecare direcţie, înlocuind în ecuaţia diferenţială şi împărţind prin θ se obţine:

$$-\frac{1}{X} \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = \frac{1}{Y} \cdot \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2}$$

Matematic, galitatea poate exista numai dacă ambii membri ai ecuaţiei sunt egali cu o constantă.

Se consideră această constantă ca fiind $\mathbf{k^2}$, numită şi **constanta de separare**.

Se obţin astfel două ecuaţii diferenţiale ordinare, cu coeficienţi constanţi:

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + k^2 X = 0$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} - k^2 Y = 0$$

cu soluţiile generale:

$$X = C_1 \cdot \cos(kx) + C_2 \cdot \sin(kx)$$

$$Y = C_3 \cdot e^{-ky} + C_4 \cdot e^{ky}$$

Forma generală a soluţiei bidimensionale devine:

$$\theta_{(x,y)} = \left[C_1 \cdot \cos(kx) + C_2 \cdot \sin(kx)\right] \cdot \left[C_3 \cdot e^{-ky} + C_4 \cdot e^{ky}\right]$$

Aplicând primele trei condiţii la limită se obţine:

$$x = 0: \quad C_1 \cdot \left[C_3 \cdot e^{-ky} + C_4 \cdot e^{ky}\right] = 0 \text{, adică} \quad C_1 = 0$$

$$y = 0: \quad C_2 \cdot \sin(kx) \cdot \left[C_3 + C_4\right] = 0 \text{, adică} \quad C_3 = - C_4$$

$$x = L: \quad C_2 C_3 \cdot \sin(kL) \cdot \left[e^{-ky} - e^{ky}\right] = -2C_2 C_3 \cdot \sin(kL) \cdot \sinh(ky) = 0$$

Pentru ultima ecuaţie trebuie făcută observaţia că funcţia hiperbolică nu poate fi zero, iar dacă una din cele două constante ar fi zero, atunci s-ar obţine soluţia trivială. Astfel, trebuie ca **sin (kL) = 0** , care are rădăcinile $\mathbf{k_n = n\pi/L}$, pentru **n** = 0, 1, 2, ...

Aceste valori se numesc valori caracteristice sau valori proprii ale problemei. Există câte o soluţie distinctă pentru fiecare valoare proprie, fiecare având un produs al constantelor (C_2C_3) caracteristic. Dacă se notează acest produs cu $\mathbf{A_n}$ pentru a **n**-a soluţie, se obţine:

$$\theta_{n\,(x,y)} = A_n \cdot \sin\frac{n\pi x}{L} \cdot \sinh\frac{n\pi y}{L} \qquad \text{pentru } \mathbf{n} = 0, 1, 2, ...$$

Cum ecuaţia diferenţială este liniară, soluţia generală este suma soluţiilor individuale din serie, cu excepţia valorii pentru **n = 0**, unde **sinh(0) = 0**

$$\theta_{(x,y)} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin\frac{n\pi x}{L} \cdot \sinh\frac{n\pi y}{L}$$

Din ultima condiţie la limită, rezultă:

$$\theta_{(x,H)} = \theta_m \sin\frac{\pi x}{L} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin\frac{n\pi x}{L} \cdot \sinh\frac{n\pi H}{L}$$

Matematic, această egalitate este posibilă numai dacă toate constantele $\mathbf{A_n = 0}$

$$A_2 = A_3 = A_4 = \ldots = 0$$

şi:

$$A_1 = \frac{\theta_m}{\sinh\frac{\pi H}{L}}$$

Astfel, distribuţia de temperatură va avea forma:

$$\theta_{(x,y)} = \theta_m \sin\frac{\pi x}{L} \cdot \frac{\sinh\frac{\pi y}{L}}{\sinh\frac{\pi H}{L}}$$ ◄

Concluzii/Comentarii:

Soluţia problemei apare mai facil decât în exemplul clasic în care θ **= 1** pe cea de a patra latură, deoarece se impune soluţia matematică limitativă care păstrează doar primul termen al seriei din cea de a patra condiţie la limită. Astfel, nu mai este necesară dezvoltarea în serii Fourier şi analiza acestora pentru determinarea formei distribuţiei de temperatură.

Problema rezolvată R5.2

Placa de beton de la intrarea într-un garaj are o lăţime de 4.2 m şi o grosime de 6 cm. În placa de beton sunt îngropate tuburi de cupru cu diametrul exterior de 2.8 cm prin care este pompată apă caldă pentru a încălzi placa de beton în lunile de iarnă. Astfel, zăpada şi gheaţa ce s-ar putea depune pe placa de beton se vor topi şi vor fi îndepărtate. Tuburile de cupru sunt plasate la intervale egale de 6 cm (măsuraţi între liniile mediane ale două tuburi alăturate) şi la 4 cm sub suprafaţa superioară a plăcii de beton. Apa caldă care este pompată în tuburi, asigură la suprafaţa exterioară a acestora o temperatură de 85 °C.

Dacă se consideră că temperatura mediului material de sub placa de beton se menţine constantă la 0 °C, iar suprafaţa superioară a plăcii de beton trebuie să aibă o temperatură de minim 0 °C, să se determine fluxul termic de la un singur tub pentru datele menţionate.

Soluţie

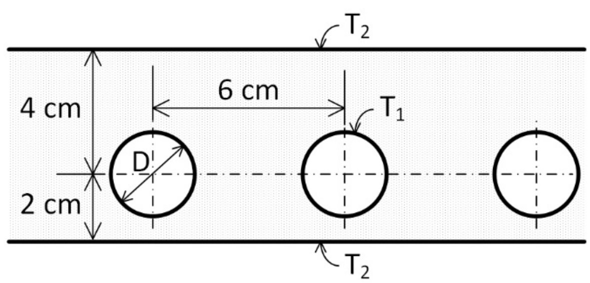
***Se ştie*:**

- tuburi de cupru de dimensiuni şi temperaturi exterioare cunoscute
- placă de beton de dimensiuni cunoscute, ce înglobează tuburile de cupru

Se cere:

- fluxul termic de la un tub de cupru, dacă temperaturile pe cele două feţe ale plăcii de beton sunt 0 °C

Schematizare:



Ipoteze:

- regim staţionar
- conducţie termică bi-dimensională
- nu sunt surse interne de energie
- valoare constantă pentru conductivitatea termică

Proprietăţi:

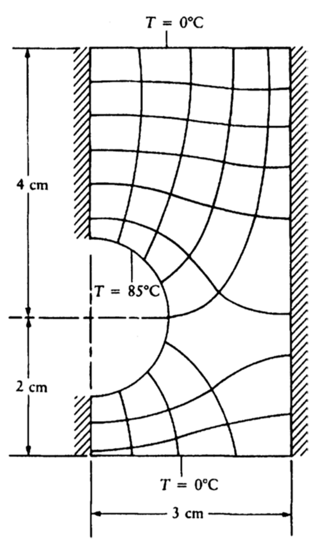
- conductivitate termică beton: λ_{beton} = 1.4 W/mK

Analiză:

Din ipotezele enunţate, este evident că cea mai rapidă soluţie este reprezentată de metoda grafică. Se vor urmări paşii enumeraţi în sub-capitolul 5.1:

- sunt identificate liniile de simetrie, ceea ce va delimita domeniul de interes; aceste linii vor fi tratate ca suprafeţe adiabate (izolate termic);
- sunt identificate suprafeţele izoterme la limitele domeniului analizat;
- sunt trasate izoterme perpendiculare pe adiabatele de la limitele domeniului;
- sunt trasate adiabate, formând pătrate (curbilinii), cu condiţia de a fi pe cât posibil perpendiculare pe izotermele trasate anterior.

Ca urmare a procedurii de mai sus a rezultat următorul desen grafic:



Din reprezentarea grafică anterioară se observă că numărul total de canale de flux este **M = 8**. Numărul de intervale de temperatură per canal de flux este **N = 6**.

Considerând o lungime **Z = 1 m**, se obţine pentru factorul de formă:

$$S = \frac{M \cdot Z}{N} = \frac{8 \cdot 1}{6} = 1.33$$

Fluxul termic transferat pe unitatea de lungime pentru o jumătate de tub de cupru va fi:

$$\dot{Q}_{1/2} \approx \lambda \cdot S \cdot \Delta T_{1\text{-}2} = \lambda \cdot S \cdot \left(T_1 - T_2\right)$$

$$\dot{Q}_{1/2} = 1.4\left[\frac{W}{mK}\right] \cdot 1.33\left[m\right] \cdot \left(85 - 0\right)\left[^\circ C\right] = 158.27\left[W\right]$$

Ca urmare, fluxul termic pe unitatea de lungime (s-a presupus valoarea Z = 1) pentru un tub de cupru va fi:

$$\dot{Q} = 2 \cdot \dot{Q}_{1/2} = 2 \cdot 158.27\left[W\right]$$

$$\dot{Q} = 316.54\left[W\right]$$ ◄

Concluzii/Comentarii:

Este important de remarcat faptul că această problemă este dependentă de temperatură, adică temperatura variază de-a lungul ţevilor de cupru, odată cu răcirea agentului cald circulat prin acestea. Astfel, calculul efectuat mai sus, per metru de lungime al conductei de cupru, este valabil numai pentru datele indicate în secţiunea respectivă a conductei. În aval, unde temperaturile peretelui tubului vor fi diferite, şi transferul de căldură va fi diferit. Cu toate acestea, factorul de formă este funcţie numai de geometria domeniulul analizat şi se poate aplica oriunde secţiunea transversală a domeniului este aceeaşi.

De asemenea, dacă s-ar fi încercat aproximarea cu unul dintre cazurile indicate în tabelul cu factorul de formă (chiar dacă ţevile de cupru nu sunt plasate în planul median al plăcii de beton), s-ar fi obţinut un factor de formă **S = 4.83**, mult mai mare decât cel rezultat din metoda grafică.

Problema rezolvată R5.3

În pardoseala de beton a unei camere de baie sunt îngropate ţevile de apă caldă şi apă rece pentru alimentarea instalaţiilor sanitare. Se consideră că stratul de beton este destul de gros comparativ cu diametrul ţevilor ($D_1 = D_2 = 5$ cm). Ţevile sunt dispuse paralel, la o distanţă de 30 cm între ele. Temperaturile la suprafeţele celor două ţevi sunt 60 °C, respectiv 10 °C. Dacă lungimea ţevilor se consideră 2.5 m, să se determine fluxul termic între cele două ţevi.

Soluţie

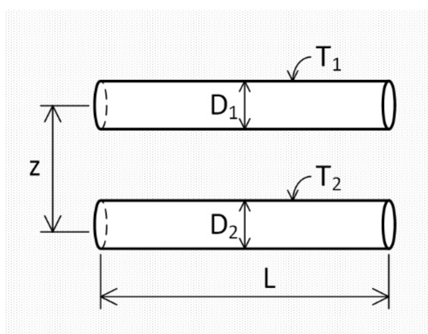
***Se ştie*:**

- ţevi îngropate paralel în beton, dimensiuni geometrice cunoscute
- temperaturile la suprafeţele celor două ţevi sunt cunoscute

Se cere:

- fluxul termic între cele două ţevi, dacă printr-o ţeavă circulă apă caldă, iar prin cealaltă circulă apă rece.

Schematizare:



Ipoteze:

- regim staţionar
- conducţie termică bi-dimensională
- nu sunt surse interne de energie
- valoare constantă pentru conductivitatea termică

Proprietăţi:

- conductivitate termică beton: λ_{beton} = 1.4 W/mK

Analiză:

Din analiza datelor problemei, rezultă că acest caz face parte din cazurile uzuale prezentate în tabelul din subcapitolul 5.1, şi anume doi cilindri izotermi, plasaţi paralel într-un mediu semi-infinit, (**L** >> $\mathbf{D_1}$, $\mathbf{D_2}$, **z**).

Valoarea factorului de formă, S, se determină cu relaţia:

$$S = \frac{2\pi \cdot L}{\cosh^{-1}\left(\frac{4z^2 - D_1^2 - D_2^2}{2D_1D_2}\right)}$$

unde z = 30 cm, $D_1 = D_2$ = 5 cm, L = 2.5 m. Ca urmare,

$$S = \frac{2\pi \cdot 2.5m}{\cosh^{-1}\left(\frac{4 \cdot 0.3^2 m^2 - 0.05^2 m^2 - 0.05^2 m^2}{2 \cdot 0.05m \cdot 0.05m}\right)}$$

$$S = 3.17 \text{ m}$$

Utilizând ecuaţia (5.4), fluxul termic staţionar între cele două ţevi devine:

$$\dot{Q} \approx \lambda \cdot S \cdot \Delta T_{1\text{-}2}$$

$$\dot{Q} \approx 1.4\frac{W}{mK} \cdot 3.17m \cdot (60 - 10)°C$$

$$\dot{Q} \approx 221.9W$$ ◄

Concluzii/Comentarii:

Acest flux termic reprezintă pierderi de căldură de la ţeava de apă caldă către ţeava de apă rece. Acesta poate fi redus prin mărirea distanţei între ţevi, **z** .

Problema rezolvată R5.4

Se consideră o porţiune dintr-o ţeavă, de 30 m lungime şi 5 cm diametru, prin care se transportă agent termic (apă caldă) cu temperatura de 80 °C, cu viteza de 1 m/s. Ţeava iese din peretele unei clădiri, are o porţiune orizontală de 2 m expusă la mediul exterior, apoi intră vertical în pământ până la o adâncime de 3 m, restul ţevii fiind dispus orizontal până la intrarea în subsolul altei clădiri. Se consideră temperatura mediului ambiant de 10 °C, coeficientul convectiv de transfer de căldură către mediul ambiant de 25 W/m^{2}K, conductivitatea solului în zona respectivă λ = 1.5 W/mK şi că suprafaţa solului este acoperită de zăpadă la 0 °C.

a) Să se determine fluxul termic pierdut de agentul termic

b) Căderea de temperatură pe întreaga secţiune a ţevii

Soluţie

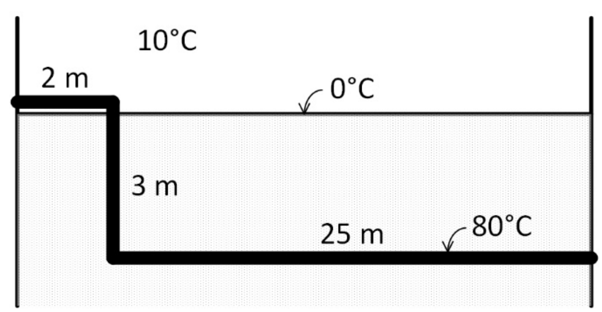
***Se ştie*:**

- ţeavă cu dimensiuni geometrice cunoscute transportă apă caldă
- caracteristicile solului şi ale schimbului convectiv de căldură

Se cere:

- fluxul termic pierdut de la ţeavă
- căderea de temperatură la trecerea agentului termic prin sectiunea de ţeavă.

Schematizare:



Ipoteze:

- regim staţionar
- conducţie termică bi-dimensională (prin sol)
- convecţie (prin aer)
- nu sunt surse interne de energie
- valoare constantă pentru conductivitatea termică
- temperatura suprafeţei exterioare a ţevii este aceeaşi cu cea a apei calde

Proprietăţi:

- conductivitatea termică a solului: λ_{sol} = 1.5 W/mK
- pentru apă: ρ = 1000 kg/m^3; c_p = 4180 J/kgK

Analiză:

a) Pentru porţiunea aeriană a ţevii, transferul de căldură către mediul ambiant se produce prin convecţie. Din legea lui Newton (ecuaţia 2.9) rezultă:

$$\dot{Q}'' = \alpha \cdot (T_s - T_\infty) \qquad \text{adică} \qquad \dot{Q} = \alpha \cdot A \cdot (T_s - T_\infty)$$

în care **A** reprezintă aria suprafeţei de schimb de căldură. În cazul unei ţevi cu secţiune transversală circulară,

$$A = \pi D L = \pi \cdot 0.05\,\text{m} \cdot 2\,\text{m}$$

$$A = 0.314\,\text{m}^2$$

Deci fluxul termic transferat prin convecţie de la porţiunea aeriană a ţevii:

$$\dot{Q}_a = 25\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \cdot 0.314\,\text{m}^2 \cdot (80 - 10)\,°\text{C}$$

$$\dot{Q}_a = 549.5\,\text{W}$$

Pentru porţiunea verticală a ţevii, se consideră că toată lungimea indicată este îngropată. Avem cazul unui cilindru izoterm de lungime **L** şi diametru **D** îngropat vertical într-un mediu semi-infinit (**L >> D**).

Valoarea factorului de formă, $\mathbf{S_V}$, se determină cu relaţia:

$$S_v = \frac{2\pi \cdot L}{\ln(4L/D)} = \frac{2\pi \cdot 3m}{\ln(4 \cdot 3m/0.05m)}$$

$$S_v = 3.44\ m$$

Utilizând ecuaţia (5.4), fluxul termic staţionar de la porţiunea verticală a ţevii:

$$\dot{Q}_v \approx \lambda \cdot S \cdot \Delta T_{1\text{-}2} \approx 1.5\frac{W}{mK} \cdot 3.44m \cdot (80 - 0)°C$$

$$\dot{Q}_v \approx 413\,W$$

Pentru porţiunea orizontală a ţevii, avem cazul unui cilindru izoterm de lungime **L** şi diametru **D** îngropat vertical într-un mediu semi-infinit (**L** >> **D** şi **z** > 1.5**D**).

Valoarea factorului de formă, $\mathbf{S_O}$, se determină cu relaţia:

$$S_o = \frac{2\pi \cdot L}{\ln(4z/D)} = \frac{2\pi \cdot 25m}{\ln(4 \cdot 3m/0.05m)}$$

$$S_o = 28.625\ m$$

Utilizând ecuaţia (5.4), fluxul termic staţionar de la porţiunea orizontală a ţevii:

$$\dot{Q}_o \approx \lambda \cdot S \cdot \Delta T_{1\text{-}2} \approx 1.5\frac{W}{mK} \cdot 28.625m \cdot (80 - 0)°C$$

$$\dot{Q}_o \approx 3005.625\,W$$

Fluxul total de pierderi de la ţeava de apă caldă va fi suma celor trei fluxuri termice individuale, aerian, vertical şi orizontal, adică:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_a + \dot{Q}_v + \dot{Q}_o$$

$$\dot{Q} = 549.5\,W + 413\,W + 3005.625\,W$$

$$\dot{Q} = 3968.125\,W$$ ◄

b) Pentru calculul căderii de temperatură se va utiliza ecuaţia calorimetrică de stare raportată la unitatea de timp (ecuaţia 2.2):

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T$$

în care, debitul masic se defineşte ca:

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V} = \rho \cdot \left(v \cdot A_{tr}\right)$$

unde viteza fluidului **v** = 1.5 m/s, iar aria transversală $\mathbf{A_{tr}}$ reprezintă aria secţiunii transversale interioare a conductei:

$$A_{tr} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot \left(0.05\right)^2 m^2}{4} = 0.002\ m^2$$

Înlocuind în relaţia de mai sus, se obţine succesiv:

$$\Delta T = \frac{\dot{Q}}{\dot{m} \cdot c_p} = \frac{\dot{Q}}{\rho \cdot \left(v \cdot A_{tr}\right) \cdot c_p}$$

$$\Delta T = \frac{3968.125\,W}{1000\,\frac{kg}{m^3} \cdot \left(1.5\,\frac{m}{s} \cdot 0.002\,m^2\right) \cdot 4180\,\frac{J}{kgK}}$$

$$\Delta T = 0.323\,^{\circ}C$$ ◄

Concluzii/Comentarii:

În calculele efectuate la punctul (a), s-a neglijat căderea de temperatură (rezistenţa termică la conducţie) prin peretele ţevii. Aceasta şi pentru că în textul problemei nu sunt indicate elementele geometrice (diametru interior sau grosimea peretelui) sau fizice (materialul) ale ţevii. În cazul real, va exista o cădere suplimentară de temperatură, ceea ce va modifica uşor rezultatul final.

Aceeaşi observaţie şi pentru calculul ariei transversale la punctul (b), unde ar fi trebuit utilizat diametrul interior al ţevii şi nu cel exterior indicat în textul problemei.

Problema rezolvată R5.5

Se consideră un domeniu bi-dimensional discretizat într-o reţea (**Δx**, **Δy**), ce respectă condiţia Δx = Δy. Se consideră nodul din colţul închis aflat la limita domeniului supus unei condiţii convective dinspre mediului exterior (cu caracteristicile T_∞ şi α).

Să se deriveze o ecuaţie pentru temperatură în acest nod.

Soluţie

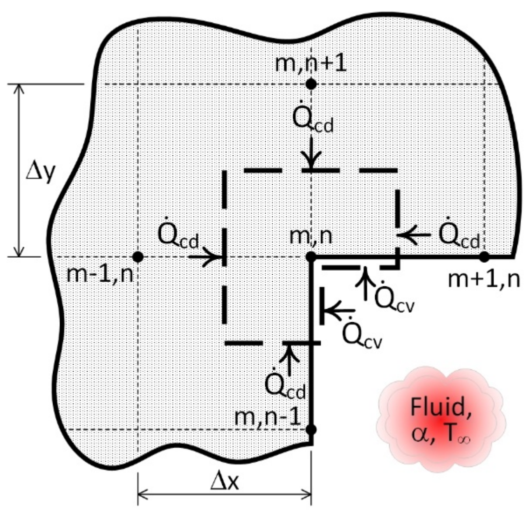
Se ştie:

- discretizarea domeniului într-o reţea (**Δx**, **Δy**)
- caracteristicile schimbului convectiv de căldură la limita domeniului

Se cere:

- derivarea unei expresii pentru temperatură în nodul (**m,n**) specificat.

Schematizare:



Ipoteze:

- metoda bilanţului energetic: toate fluxurile au sensul spre regiunea nodală
- conducţie bi-dimensională, staţionară, fără generare, proprietăţi constante

Proprietăţi:

-

Analiză:

Pentru calculul ariilor de transfer de căldură, se va considera Δ**z = 1.**

Fluxurile termice conductive sunt derivate din legea lui Fourier (2.7). Pentru nodurile (m-1,n) şi (m,n+1), fluxurile sunt proporţionale cu Δ**y**, respectiv Δ**x**. Similar, pentru nodurile (m+1,n) şi (m,n-1), fluxurile sunt proporţionale cu Δ**y/2**, respectiv Δ**x/2**.

$$\dot{Q}_{(m-1,n)\to(m,n)} = \lambda\left(\Delta y\cdot 1\right)\frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x}$$

$$\dot{Q}_{(m,n+1)\to(m,n)} = \lambda\left(\Delta x\cdot 1\right)\frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y}$$

$$\dot{Q}_{(m+1,n)\to(m,n)} = \lambda\left(\frac{\Delta y}{2}\cdot 1\right)\frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x}$$

$$\dot{Q}_{(m,n-1)\to(m,n)} = \lambda\left(\frac{\Delta x}{2}\cdot 1\right)\frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y}$$

Fluxurile termice convective sunt derivate din legea lui Newton (2.9). Pentru regiunea nodală considerată, (m,n), fluxurile termice sunt proporţionale cu Δ**x/2**, respectiv Δ**y/2**:

$$\dot{Q}_{(\infty)\to(m,n)} = \alpha\left(\frac{\Delta x}{2}\cdot 1\right)\left(T_\infty - T_{m,n}\right) + \alpha\left(\frac{\Delta y}{2}\cdot 1\right)\left(T_\infty - T_{m,n}\right)$$

De observat că toate fluxurile termice sunt pozitive şi orientate spre regiunea nodală considerată, conform rezolvării propuse de metoda bilanţului energetic, $\sum\dot{Q} = 0$. Adunând toate expresiile pentru fluxurile explicitate mai sus, după câteva manipulări matematice simple, se obţine expresia matematică pentru temperatura în nodul (m,n) specificat:

$$\dot{Q}_{(\infty)\to(m,n)} = \alpha\left(\frac{\Delta x}{2}\cdot 1\right)\left(T_\infty - T_{m,n}\right) + \alpha\left(\frac{\Delta y}{2}\cdot 1\right)\left(T_\infty - T_{m,n}\right) \qquad ◄$$

Concluzii/Comentarii:

În manipulările matematice efectuate mai sus s-a considerat Δ**x =** Δ**y**.

5.3 Probleme propuse

Problema P5.1

O bară foarte lungă (în direcţia z), cu secţiunea rectangulară, are trei laturi menţinute la o temperatură constantă; cea de a patra latură prezintă o distribuţie temperaturii sub forma unei funcţii arbitrare, f(x). Utilizaţi schematizarea prezentată în problema rezolvată R5.1.

a) Să se determine distribuţia temperaturii în secţiunea analizată.

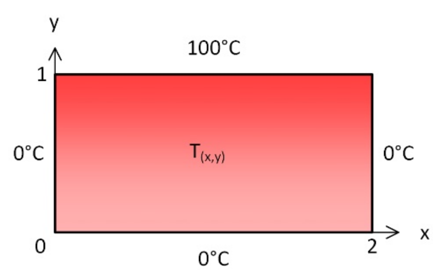
b) Cum se modifică ecuaţia obţinută dacă $f(x) = \theta_c$ = constantă

Problema P5.2

O bară foarte lungă (în direcţia z), cu secţiunea rectangulară a x b, are trei laturi menţinute la o temperatură constantă, T = 0 °C; cea de a patra latură prezintă o distribuţie temperaturii sub forma unei funcţii liniare, T(x) = Ax. Să se deriveze o ecuaţie pentru distribuţia temperaturii T(x,y) în secţiunea analizată, în condiţii staţionare. Utilizaţi schematizarea prezentată în problema rezolvată R5.1.

Problema P5.3

O bară foarte lungă (în direcţia z), cu secţiunea rectangulară are dimensiunile geometrice şi distribuţia de temperaturi pe contur indicate în figura de mai jos. Să se calculeze temperatura în mijlocul secţiunii (1, ½) considerând primii cinci termeni ai seriei. Care este diferenţa dacă se folosesc doar primii trei termeni?

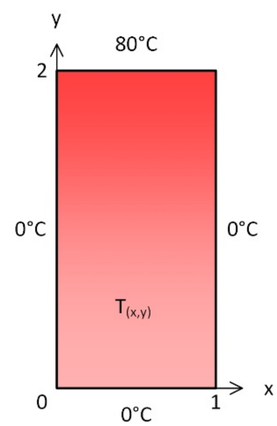


Problema P5.4

O bară foarte lungă (în direcţia z), are dimensiunile geometrice şi distribuţia de temperaturi pe contur indicate în figura de mai jos.

a) Să se determine distribuţia temperaturii în secţiunea analizată.

b) Care va fi temperatura staţionară în centrul secţiunii, $T_{(½,1)}$?



Problema P5.5

O bară foarte lungă (în direcţia z), cu secţiunea pătrată a x a, are trei laturi menţinute la o temperatură constantă, $T = T_0$, iar cea de a patra latură la o temperatură constantă, $T = T_H$.

Să se arate că temperatura staţionară în centrul plăcii (a/2,a/2) este un sfert din temperatura T_H.

$$T_{\left(\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right)} = \frac{T_H}{4}$$

Problema P5.6

O conductă de 30 m lungime şi 10 cm diametru este îngropată la 1 m sub nivelul suprafeţei solului. Conductivitatea termică a solului în locaţia respectivă este 1 W/mK, iar temperatura suprafeţei solului este 5 °C. Prin conductă este transportată apă caldă, astfel încât temperatura suprafeţei exterioare a conductei este de 60 °C.

Să se determine pierderile de căldură de la conductă.

Problema P5.7

Se consideră o casă cu formă paralelipipedică, atfel încât acoperişul are formă de placă plană orizontală cu dimensiunile 12 m x 12 m, iar pereţii exteriori ai casei au înălţimea de 6 m. Toate aceste elemente de construcţie au grosimea de 20 cm, iar materialul utilizat este betonul. Temperaturile suprafeţelor interioare şi exterioare ale pereţilor şi acoperişului sunt 15 °C, respectiv 5 °C. Să se determine pierderile de căldură prin pereţii şi acoperişul casei:

a) când se iau în considerare muchiile şi colţurile comune ale elementelor de construcţii.
b) când, pentru simplificare, se neglijează muchiile şi colţurile comune luând în considerare acoperişul de 12 m x 12 m şi cei patru pereţi de 12 m x 6 m; care este diferenţa între cele două cazuri (exprimată în procente)?

Problema P5.8

Canalul de gaze arse evacuate dintr-un furnal are secţiunea transversală de formă dreptunghiulară, cu dimensiunile exterioare de 2 m x 2.5 m. Grosimea pereţilor canalului este de 0.5 m, astfel încât dimensiunile interioare sunt 1 m x 1.5 m. Canalul este alcătuit din cărămidă refractară (cu conductivitatea termică λ = 1.2 W/mK). Temperaturile pe suprafeţele interioară şi exterioară ale pereţilor canalului sunt 500 °C şi respectiv 50 °C. Să se determine factorul de formă şi transferul net de căldură per metru liniar de lungime al canalului utilizând metoda grafică. Să se compare valoarea factorului de formă cu cea rezultată din formula corespunzătoare din tabelul din secţiunea 5.1.

Problema P5.9

O conductă lungă, utilizată pentru transportul ţiţeiului, are diametrul exterior de 0.5 m şi este îngropată în pământ la o adâncime de 2 m (măsurată de la axa centrală a conductei până la suprafaţa solului). Se aproximează că temperatura la suprafaţa exterioară a conductei este de 120 °C, în timp ce temperatura la suprafaţa solului este de 10 °C. Conductivitatea termică a pământului în zona respectivă este λ = 0.5 W/mK. Să se determine factorul de formă şi transferul net de căldură per metru liniar de lungime al canalului utilizând metoda grafică. Să se compare valoarea factorului de formă cu cea rezultată din formula corespunzătoare din tabelul din secţiunea 5.1.

Problema P5.10

Două conducte lungi, una cu diametrul exterior de 10 cm şi temperatura suprafeţei exterioare de 50 °C şi cealaltă cu diametrul exterior de 5 cm şi temperatura suprafeţei exterioare de 10 °C, sunt aşezate la o distanţă de 20 cm, măsurată între axele centrale ale celor două conducte. Conductele sunt plasate orizontal într-un canal de serviciu de dimensiuni mari, care este umplut cu vată de sticlă. Să se determine transferul net de căldură de la conducta caldă către cea rece, per metru liniar de conductă.

Problema P5.11

Un element electric de încălzire, de formă cilindrică cu dimensiunile de 150 mm lungime şi 10 mm diametru, este îngropat vertical pe toată lungimea într-un material a cărui conductivitate termică este λ = 5 W/mK. Temperatura la suprafaţa materialului este de 20 °C. Să se determine temperatura la suprafaţa elementului de încălzire, dacă acesta disipă un flux termic de 50 W.

Problema P5.12

Un rezervor de formă sferică cu diametrul **D** = 5 m, conţine deşeuri radioactive şi este îngropat la o adâncime de 15 m în pământ (conductivitatea termică a solului în zona respectivă este λ = 1.5 W/mK). Suprafaţa solului are temperatura de $\mathbf{T_s}$ = 15 °C iar suprafaţa rezervorului are temperatura $\mathbf{T_r}$ = 150 °C. Să se determine fluxul termic dinspre rezervor către suprafaţă.

Problema P5.13

Se consideră un bloc paralelipipedic care are lungimea **L** = 3 m şi secţiunea transversală este un pătrat cu latura de 1 m. Prin centrul secţiunii transversale se prelucrează o gaură cu diametrul **D** = 0.2 m. Materialul blocului are conductivitatea termică λ = 150 W/mK. Suprafeţele exterioare sunt expuse unui fluid cu caracteristicile $\mathbf{T_{\infty,1}}$ = 300 °C şi α_1 = 10 W/m^{2}K, în timp ce prin gaura din interior trece un fluid cu caracteristicile $\mathbf{T_{\infty,2}}$ = 10 °C şi α_2 = 50 W/m^{2}K. Să se determine fluxul termic între cele două fluide şi temperaturile de pe suprafeţele exterioare, respectiv interioare ale blocului considerat.

Problema P5.14

Apa fierbinte cu temperatura medie de 85 °C este circulată printr-un registru de 10 ţevi paralele care au lungimea de **L** = 3 m şi secţiunea transversală circulară cu diametrul **D** = 2.5 cm. Ţevile sunt dispuse orizontal, în planul central al unui bloc de beton cu dimensiunile 3 m lăţime, 8 m lungime şi 10 cm grosime. Suprafeţele exterioare ale blocului de beton sunt expuse unui fluid cu caracteristicile $\mathbf{T}_\infty$ = 35°C şi α = 10 W/m^{2}K.

Să se determine fluxul termic cedat de apa fierbinte şi temperatura suprafeţelor blocului de beton considerat.

Problema P5.15

Un registru de 10 ţevi paralele cu lungimea de **L** = 5 m şi secţiunea transversală circulară cu diametrul **D** = 5 cm, este folosit pentru transportul aburului la temperatura medie de 150 °C. Ţevile sunt dispuse orizontal, îngropate în pardoseala de beton a unei încăperi cu dimensiunile de 10 m x 5 m. Încăperea trebuie menţinută la o temperatură medie de $\mathbf{T}_\infty$ = 25 °C, iar coeficientul de transfer de căldură combinat pentru convecţie şi radiaţie este α = 10 W/m^{2}K.

Să se determine adâncimea la care trebuie îngropate ţevile, dacă suprafaţa pardoselii de beton nu trebuie să depăşească 40 °C.

Problema P5.16

Un rezervor de formă cilindrică, cu dimensiunile **L** = 2 m şi diametrul **D** = 0.5 m, este folosit pentru depozitarea unui gaz lichefiat la o temperatură medie de -150 °C. Gazul lichefiat considerat are caracteristicile: densitate ρ = 425 kg/m^3 şi căldura specifică la presiune constantă $\mathbf{c_p}$ = 3475 kJ/kgK . Rezervorul este plasat orizontal, centrat într-un paralelipiped de lungime **L** = 2 m şi secţiunea transversală pătrată cu latura 1.5 m. Paralelipipedul este alcătuit dintr-un material izolator cu conductivitatea termică λ = 0.0005 W/mK.

a) Dacă suprafeţele exterioare ale paralelipipedului sunt menţinute la o temperatură constantă de 20 °C, să se determine fluxul termic către rezervorul de gaz lichefiat.
b) Să se determine temperatura gazului lichefiat din interiorul rezervorului după un interval de timp de o lună.

Problema P5.17

Un rezervor de formă sferică diametrul **D** = 1.5 m, este umplut cu apă cu gheaţă la o temperatură medie de 0 °C. Rezervorul este îngropat la o adâncime de 2.5 m în pământ (cu conductivitatea termică locală a solului λ = 0.5 W/mK).

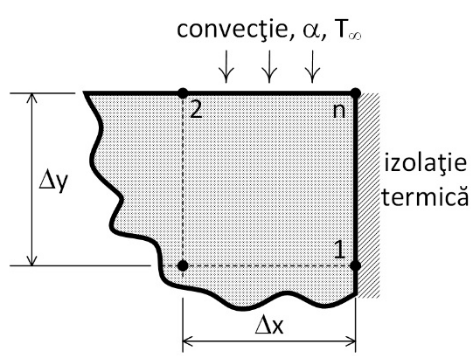
a) Dacă temperatura la suprafaţa solului se consideră constantă la 20 °C, să se determine fluxul termic către rezervorul de apă cu gheaţă.

b) Cum se modifică rezultatul de mai sus, dacă temperatura solului este 20 °C, iar suprafaţa solului este izolată termic.

Problema P5.18

Se consideră un domeniu bi-dimensional, cu conductivitate termică λ şi fără surse interne de energie, discretizat într-o reţea (**Δx**, **Δy**), ce respectă condiţia $\Delta x = \Delta y$.

Să se deriveze o ecuaţie pentru temperatură, în cazul unui nod exterior (**n**) plasat în colţul domeniului discretizat, cu o latură adiacentă izolată termic şi cealaltă latură adiacentă supusă unei condiţii convective, ca în figura de mai jos.



Problema P5.19

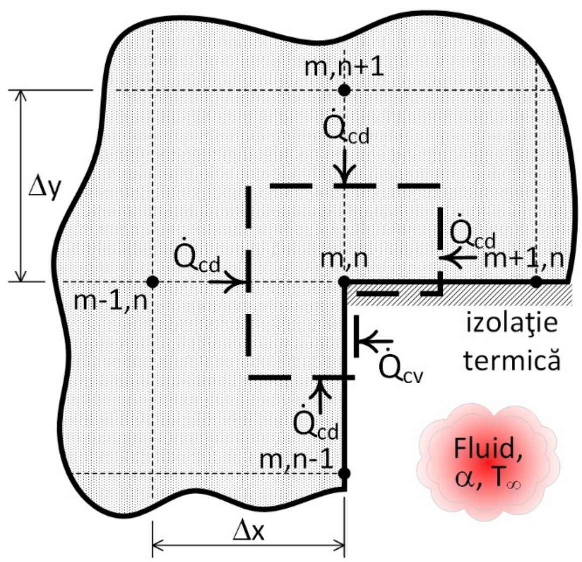
Se consideră o placă plană (bi-dimensională) alcătuită dintr-un material cu conductivitate termică λ şi care conţine o distribuţie uniformă de surse de energie, ce generează un flux $\dot{Q}'''_{gen}$.

Folosind metoda bilanţului energetic, să se deriveze o ecuaţie cu diferenţe finite, în cazul unui nod exterior plasat pe o latură izolată termic a domeniului.

Problema P5.20

Se consideră un domeniu bi-dimensional, cu conductivitate termică λ şi fără surse interne de energie, discretizat într-o reţea (**Δx**, **Δy**), ce respectă condiţia $\Delta x = \Delta y$. Se consideră nodul din colţul închis aflat la limita domeniului supus unei condiţii convective dinspre mediului exterior (cu caracteristicile **T_∞** şi α) şi izolat termic pe cealaltă latură.

Să se deriveze o ecuaţie pentru temperatură în acest nod, (**m,n**).



6 CONDUCŢIA TERMICĂ - TRANZITORIE

Procesele termice tranzitorii sunt des întâlnite în inginerie, pentru că în multe cazuri ce implică transfer de căldură, temperatura variază în timp până la atingerea regimului staţionar. Distribuţia temperaturii în interiorul sistemului se modifică în mod continuu, generând o valoare diferită de zero pentru termenul de acumulare/depreciere a energiei din sistem, respectiv un proces tranzitoriu.

6.1 Relaţii de calcul importante

Vezi în subcapitolul 1.4, relaţiile de definiţie şi semnificaţiile fizice ale grupurilor adimensionale **Biot** şi **Fourier**.

Metoda capacităţii termice infinite (Bi < 0.1)

Distribuţia temperaturii după un interval de timp **t** de la începutul procesului:

$$T_{(t)} = T_\infty + \left(T_i - T_\infty\right) \cdot e^{-\frac{\alpha \cdot A_s}{\rho V \cdot c_p} \cdot t} \tag{6.1}$$

Energia totală transferată:

$$Q = \int_0^t h \cdot A_s \cdot \left(T - T_\infty\right) dt = \rho V \cdot c_p \cdot \left(T_i - T_\infty\right) \cdot \left[1 - e^{-\frac{t}{t_c}}\right] \tag{6.2}$$

Metoda analitică

Solutia ecuaţiei diferenţiale $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$ pentru condiţii la limită de speţa I:

$$\frac{T - T_s}{T_i - T_s} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot \left(-1\right)^n}{\left(n + 1/2\right) \cdot \pi} \cdot e^{\left(n+1/2\right)^2 \cdot \pi^2 \cdot Fo} \cdot \cos\left[\left(n + 1/2\right) \cdot \pi \cdot \frac{x}{L}\right] \tag{6.3}$$

cu **soluţia aproximativă** (ce consideră numai primul termen al seriei):

$$\frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = C_1 \cdot e^{-\zeta^2 \cdot Fo} \tag{6.4}$$

în care $\mathbf{T_0}$ reprezintă temperatura în elementul de simetrie al geometriei considerate (planul central în cazul peretelui plan, axul central în cazul cilindrului infinit sau punctul central în cazul sferei). Valorile pentru $\mathbf{C_1}$ şi ζ sunt prezentate în tabelul de mai jos.

Valorile coeficienţilor $\mathbf{C_1}$ şi ζ pentru ecuaţiile (6.4) şi (6.5)

Bi	Perete plan		Cilindru infinit		Sferă	
	ζ_1 [rad]	C_1	ζ_1 [rad]	C_1	ζ_1 [rad]	C_1
0.01	0.0998	1.0017	0.1412	1.0025	0.1730	1.0030
0.02	0.1410	1.0033	0.1995	1.0050	0.2445	1.0060
0.03	0.1723	1.0049	0.2440	1.0075	0.2991	1.0090
0.04	0.1987	1.0066	0.2814	1.0099	0.3450	1.0120
0.05	0.2218	1.0082	0.3143	1.0124	0.3854	1.0149
0.06	0.2425	1.0098	0.3438	1.0148	0.4217	1.0179
0.07	0.2615	1.0114	0.3709	1.0173	0.4551	1.0209
0.08	0.2791	1.0130	0.3960	1.0197	0.4860	1.0239
0.09	0.2956	1.0145	0.4195	1.0222	0.5150	1.0268
0.10	0.3111	1.0161	0.4417	1.0246	0.5423	1.0298
0.15	0.3779	1.0237	0.5376	1.0365	0.6609	1.0445
0.20	0.4328	1.0311	0.6170	1.0483	0.7593	1.0592
0.25	0.4801	1.0382	0.6856	1.0598	0.8447	1.0737
0.30	0.5218	1.0450	0.7465	1.0712	0.9208	1.0880
0.4	0.5932	1.0580	0.8516	1.0932	1.0528	1.1164
0.5	0.6533	1.0701	0.9408	1.1143	1.1656	1.1441
0.6	0.7051	1.0814	1.0184	1.1345	1.2644	1.1713
0.7	0.7506	1.0919	1.0873	1.1539	1.3525	1.1978
0.8	0.7910	1.1016	1.1490	1.1724	1.4320	1.2236
0.9	0.8274	1.1107	1.2048	1.1902	1.5044	1.2488

(continuare pe pagina următoare)

(continuare din pagina anterioară)

Bi	Perete plan		Cilindru infinit		Sferă	
	ζ_1 [rad]	C_1	ζ_1 [rad]	C_1	ζ_1 [rad]	C_1
1.0	0.8603	1.1191	1.2558	1.2071	1.5708	1.2732
2.0	1.0769	1.1785	1.5994	1.3384	2.0288	1.4793
3.0	1.1925	1.2102	1.7887	1.4191	2.2889	1.6227
4.0	1.2646	1.2287	1.9081	1.4698	2.4556	1.7202
5.0	1.3138	1.2402	1.9898	1.5029	2.5704	1.7870
6.0	1.3496	1.2479	2.0490	1.5253	2.6537	1.8338
7.0	1.3766	1.2532	2.0937	1.5411	2.7165	1.8673
8.0	1.3978	1.2570	2.1286	1.5526	1.7654	1.8920
9.0	1.4149	1.2598	2.1566	1.5611	2.8044	1.9106
10.0	1.4289	1.2620	2.1795	1.5677	2.8363	1.9249
20.0	1.4961	1.2699	2.2881	1.5919	2.9857	1.9781
30.0	1.5202	1.2717	2.3261	1.5973	3.0372	1.9898
40.0	1.5325	1.2723	2.3455	1.5993	3.0632	1.9942
50.0	1.5400	1.2727	2.3572	1.6002	3.0788	1.9962
100.0	1.5552	1.2731	2.3809	1.6015	3.1102	1.9990
∞	1.5708	1.2733	2.4050	1.6018	3.1415	2.0000

Tot pentru **soluţia aproximativă**, raportul între energia totală transferată de la geometrie în intervalul de timp **t** şi enegia energia maximă ce poate fi transferată, se determină astfel:

- perete plan: $$\frac{Q}{Q_0} = 1 - \frac{\sin\zeta_1}{\zeta_1} \cdot \theta_0^* \tag{6.5}$$

- perete cilindric: $$\frac{Q}{Q_0} = 1 - \frac{2\theta_0^*}{\zeta_1} \cdot J_{1(\zeta_1)} \tag{6.6}$$

- perete sferic: $$\frac{Q}{Q_0} = 1 - \frac{3\theta_0^*}{\zeta_1^3} \cdot \left[\sin(\zeta_1) - \zeta_1 \cos(\zeta_1)\right] \tag{6.7}$$

în care $\mathbf{J_1}$ reprezintă funcţiile Bessel de speţa I (vezi Anexa 2).

Metode numerice

Se rescrie ecuaţia diferenţială bidimensională $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$ cu diferenţe finite, atât pentru discretizarea în spaţiu, cât şi pentru discretizarea în timp. Pentru o reţea cu **Δx = Δy**, pentru un nod interior, ecuaţia

a) în schema implicită devine:

$$\left(1 + 4Fo\right) \cdot T_{m,n}^{p+1} - Fo \cdot \left(T_{m+1,n}^{p+1} + T_{m-1,n}^{p+1} + T_{m,n+1}^{p+1} + T_{m,n-1}^{p+1}\right) = T_{m,n}^{p} \tag{6.8}$$

care este necondiţionat stabilă;

b) în schema explicită devine:

$$T_{m,n}^{p+1} = Fo \cdot \left(T_{m+1,n}^{p} + T_{m-1,n}^{p} + T_{m,n+1}^{p} + T_{m,n-1}^{p}\right) + \left(1 - 4Fo\right) \cdot T_{m,n}^{p} \tag{6.9}$$

cu condiţia de stabilitate:

$$Fo = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{\left(\Delta x\right)^2} \le \frac{1}{4}$$

6.2 Probleme rezolvate

Problema rezolvată R6.1

Să se determine constanta de timp şi numărul Biot pentru o joncţiune de termocuplu expusă la mediul înconjurător aflat la temperatura de 0 °C. Se vor considera următoarele elemente:

- joncţiunea este de tip sferic cu diametrul a) 0,1 mm; b) 0,2 mm;
- materialul este un amestec perfect de două metale (Cupru, Constantan);
- coeficientul convectiv de transfer de căldură este 25 [W/m^{2}K].

Soluţie

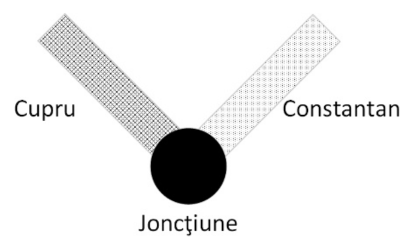
Se ştie:

- corp sferic de dimensiuni şi compoziţie cunoscute
- coeficientul convectiv de transfer de căldură către mediul înconjurător

Se cere:

- constanta de timp;
- valoarea numărului Biot (**Bi**);

Schematizare:



Ipoteze:

- regim tranzitoriu;
- proprietăţile termice ale joncţiunii vor fi considerate ca medie aritmetică a valorilor corespunzătoare celor două materiale menţionate;

Proprietăţi:

- Cupru pur la 0°C: $c_{p,Cu}$ = 385 J/kgK; λ_{Cu} = 401 W/mK; ρ_{Cu} = 8933 kg/m^3
- Constantan la 0°C: $c_{p,Ct}$ = 384 J/kgK; λ_{Ct} = 23 W/mK; ρ_{Ct} = 8920 kg/m^3

Analiză:

Se determină proprietăţile joncţiunii:

$$c_p = \frac{c_{p,Cu} + c_{p,Ct}}{2} = \frac{385[J/kgK] + 384[J/kgK]}{2} = 385[J/kgK]$$

$$\lambda = \frac{\lambda_{Cu} + \lambda_{Ct}}{2} = \frac{401[W/mK] + 23[W/mK]}{2} = 212[W/mK]$$

$$\rho = \frac{\rho_{Cu} + \rho_{Ct}}{2} = \frac{8933[kg/m^3] + 8920[kg/m^3]}{2} = 8927[kg/m^3]$$

a) În regim tranzitoriu, constanta de timp este

$$t_c = \frac{\rho \cdot V \cdot c_p}{\alpha \cdot A_s} = \frac{\rho \cdot c_p}{\alpha} \cdot \frac{V}{A_s} = \frac{\rho \cdot c_p \cdot r}{3\alpha}$$

$$t_c = \frac{8927\frac{kg}{m^3} \cdot 385\frac{J}{kgK} \cdot 0.00005\,m}{3 \cdot 25\frac{W}{m^2K}}$$

$$t_c = 2.29[s]$$ ◄

Numărul Biot este:

$$Bi = \frac{\alpha \cdot V}{\lambda \cdot A_s} = \frac{\alpha \cdot r}{3\lambda}$$

$$Bi = \frac{25\frac{W}{m^2K} \cdot 0.00005\,m}{3 \cdot 212\frac{W}{mK}}$$

$$Bi = 1.9 \times 10^{-6}$$ ◄

În concluzie, se poate utiliza metoda capacităţii termice infinite.

b) Se efectuează aceleaşi calcule, doar se dublează diametrul; constanta de timp devine

$$t_c = \frac{\rho \cdot V \cdot c_p}{\alpha \cdot A_s} = \frac{\rho \cdot c_p}{\alpha} \cdot \frac{V}{A_s} = \frac{\rho \cdot c_p \cdot r}{3\alpha}$$

$$t_c = \frac{8927 \frac{kg}{m^3} \cdot 385 \frac{J}{kgK} \cdot 0.0001\,m}{3 \cdot 25 \frac{W}{m^2K}}$$

$$t_c = 4.58\left[s\right]$$ ◄

Numărul Biot este:

$$Bi = \frac{\alpha \cdot V}{\lambda \cdot A_s} = \frac{\alpha \cdot r}{3\lambda}$$

$$Bi = \frac{25 \frac{W}{m^2K} \cdot 0.0001\,m}{3 \cdot 212 \frac{W}{mK}}$$

$$Bi = 3.8 \times 10^{-6}$$ ◄

Evident, şi aici se poate utiliza metoda capacităţii termice infinite.

Concluzii/Comentarii:

Raportul $\mathbf{V/A_s}$ reprezintă lungimea caracteristică, $\mathbf{L_c}$. În cazul unei sfere,

$\mathbf{L_c = r/3}$.

Valorile extrase din tabele au for rotunjite la cel mai apropiat întreg, deoarece sunt valori mari ce nu sunt influenţate de zecimale.

Timpul de răspuns poate părea mare, dar dat fiind modul simplu de construcţie al unui termocuplu şi uşurinţa în folosire, este considerat un neajuns acceptabil. Dacă se doreşte o urmărire mai fidelă a variaţiei temperaturii, se poate apela la alte tehnici şi instrumente de măsură.

Problema rezolvată R6.2

O joncţiune a unui termocuplu tip Cu-Ct se află iniţial la o temperatură de 0 °C. Se consideră că joncţiunea este perfect sferică şi are diametrul de 0,2 mm. Dacă joncţiunea este expusă la un mediu cu temperatura de 10 °C, să se determine în cât timp aceasta va atinge a) 9 °C; b) 9.5 °C; c) 9.9 °C; d) 9.99 °C. Se vor păstra celelalte proprietăţi determinate în exemplul anterior.

Soluţie

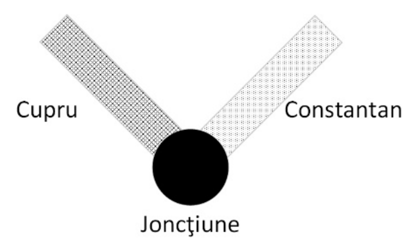
Se ştie:

- corp sferic de dimensiuni şi compoziţie cunoscute
- datele calculate în exemplul anterior

Se cere:

- timpul de răspuns pentru atingerea anumitor paliere de temperatură;

Schematizare:



Ipoteze:

- regim tranzitoriu;
- proprietăţile termice ale joncţiunii vor fi considerate ca medie aritmetică a valorilor corespunzătoare celor două materiale menţionate;

Proprietăţi:

Valori determinate în problema anterioară:

- c_p = 385 J/kgK; λ = 212 W/mK; ρ = 8927 kg/m^3

Analiză:

Din ecuaţia (6.1) rezultă:

$$t = -t_c \cdot \ln\frac{-T_\infty - T}{-T_\infty - T_i}$$

în care, $\mathbf{t_c}$ reprezintă constanta de timp a joncţiunii termocuplului determinată în exemplul anterior, $t_c = 4.58$ s.

a) Timpul până la atingerea temperaturii T = 9 °C :

$$t = -t_c \cdot \ln\frac{-T_\infty - T}{-T_\infty - T_i} = 4.58[s] \cdot \ln\frac{-10 - 9}{-10 - 0}$$

$$t = 2.94[s]$$ ◄

b) Timpul până la atingerea temperaturii T = 9.5 °C :

$$t = -t_c \cdot \ln\frac{-T_\infty - T}{-T_\infty - T_i} = 4.58[s] \cdot \ln\frac{-10 - 9.5}{-10 - 0}$$

$$t = 3.06[s]$$

c) Timpul până la atingerea temperaturii T = 9.9 °C :

$$t = -t_c \cdot \ln\frac{-T_\infty - T}{-T_\infty - T_i} = 4.58[s] \cdot \ln\frac{-10 - 9.9}{-10 - 0}$$

$$t = 3.15[s]$$ ◄

d) Timpul până la atingerea temperaturii T = 9.99 °C :

$$t = -t_c \cdot \ln\frac{-T_\infty - T}{-T_\infty - T_i} = 4.58[s] \cdot \ln\frac{-10 - 9.99}{-10 - 0}$$

$$t = 3.17[s]$$ ◄

Concluzii/Comentarii:

Deşi constanta de timp, $\mathbf{t_c}$, poate apărea intuitiv ca având o valoare mare, se observă că în aplicaţii practice un astfel de termocuplu va raspunde relativ rapid, adică va avea un timp de răspuns scurt.

Problema rezolvată R6.3

Se consideră o bilă de rulment, din oţel, de formă sferică cu diametrul de 5 mm, care are temperatura de 500 °C. Aceasta este lăsată să se răcească în mediul ambiant cu temperatura de 25 °C..

După cât timp va atinge temperatura de 100 °C, dacă α = 100 W/m^{2}K ?

Soluţie

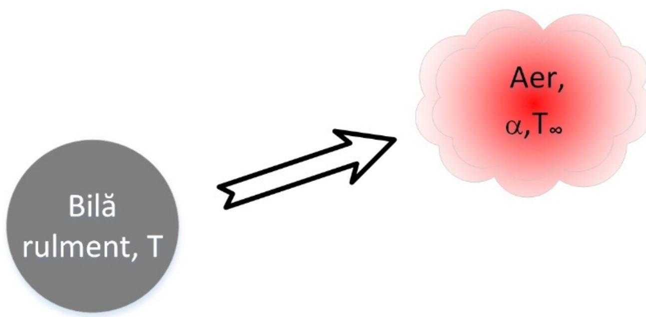
Se ştie:

- corp sferic de dimensiuni şi compoziţie cunoscute
- răcire în mediul ambiant, coeficient convectiv de transfer cunoscut

Se cere:

- timpul după care se atingere temperatura indicată;

Schematizare:



Ipoteze:

- conducţie în regim tranzitoriu
- se neglijează radiaţia (nu sunt indicate elemente în textul problemei)

Proprietăţi:

- c_p = 434 J/kgK;
- λ = 63.9 W/mK;
- ρ = 7832 kg/m^3

Analiză:

Mai întâi se verifică valoarea numărului Biot:

$$Bi = \frac{\alpha V}{\lambda A_s} = \frac{\alpha r}{3\lambda} = \frac{100\left[W/m^2K\right]\cdot 0.0025[m]}{3\cdot 63.9\left[W/mK\right]} = 0.0013 < 0.1$$ ◀

Ca urmare, se pot folosi relaţiile metodei capacităţii termice infinite. Din ecuaţia (6.1) se obţine:

$$\frac{T_{(t)} - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-\frac{\alpha\cdot A_s}{\rho V\cdot c_p}\cdot t} = e^{-Bi\cdot Fo}$$

de unde rezultă:

$$Bi\cdot Fo = -\ln\frac{100 - 25}{500 - 25} = 1.846$$

adică, Fo = 1420.

Ţinând cont că difuzivitatea termică este definită ca

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p} = \frac{63.9\left[W/mK\right]}{7832\left[kg/m^3\right]\cdot 434\left[J/kgK\right]} = 1.88\times 10^{-5}[m^2/s]$$

atunci,

$$t = \frac{Fo\cdot\left(r/3\right)^2}{a} = \frac{1420\cdot\left(0.0025m/3\right)^2}{1.88\times 10^{-5}\ m^2/s} = 52.45[s]$$ ◀

Concluzii/Comentarii:

Raportul **V/A_s** reprezintă lungimea caracteristică, **L_c**. În cazul unei sfere,

$L_c = r/3$.

Prin ipoteze, s-a neglijat radiaţia termică, pentru ilistrarea metodei capacităţii termice infinite. Dar fluxul termic radiativ poate avea valori importante, comparative cu cele ale fluxului termic covectiv.

Problema rezolvată R6.4

Două bile identice, cu diametrul de 10 mm, au temperatura de 500 °C în momentul în care sunt scoase din cuptorul de tratare. Bilele se vor răci în două medii diferite, astfel:

- Prima bilă este lăsată să se răcească prin convecţie liberă în mediul ambiant cu temperatura de 20 °C, considerându-se un coeficient convectiv de transfer de căldură α_a = 18 W/m^{2}K;
- A doua bilă este lăsată să se răcească prin convecţie forţată într-o baie cu un lichid amestecat permanent, cu temperatura de 20 °C, considerându-se un coeficient convectiv de transfer de căldură cu valoare de α_b = 5000 W/m^{2}K.

Să se determine timpul după care fiecare dintre bile va ajunge la temperatura de 50 °C, dacă se cunosc proprietăţile termofizice ale materialului din care sunt făcute bilele: λ = 30 W/mK; c_p = 1000 J/kgK; ρ = 3000 kg/m^3.

Soluţie

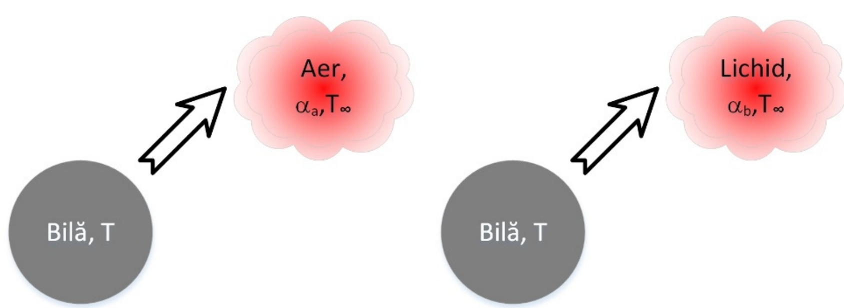
Se ştie:

- corpuri sferice de dimensiuni şi compoziţie cunoscute
- prima bilă se răceşte în mediul ambiant, convecţie liberă
- a doua bilă se răceşte într-o baie cu lichid, convecţie forţată

Se cere:

- timpul după care se atingere temperatura indicată în ambele cazuri

Schematizare:



Ipoteze:

- conducţie în regim tranzitoriu, uni-dimensională
- se neglijează radiaţia (nu sunt indicate elemente în textul problemei)

Proprietăţi:

- identificate în text

Analiză:

Elemente geometrice pentru sferă:

- volumul: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
- aria suprafeţei: $A_s = 4\pi r^2$

Pentru bila ce se răceşte prin convecţie liberă în **aer**:

Mai întâi se verifică valoarea numărului Biot:

$$Bi = \frac{\alpha_a \cdot V}{\lambda \cdot A_s} = \frac{r \cdot \alpha_a}{3\lambda} = \frac{0.005\,m \cdot 18\frac{W}{m^2K}}{3 \cdot 30\left[W/mK\right]}$$

$$Bi = 0.001 < 0.1$$

Ca urmare, se pot folosi relaţiile metodei capacităţii termice infinite. Din ecuaţia (6.1) se obţine:

$$\frac{T_{(t)} - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-\frac{\alpha \cdot A_s}{\rho V \cdot c_p} \cdot t} \quad \Rightarrow \quad t_a = \frac{\rho c_p \cdot V}{\alpha_a \cdot A_s} \cdot \ln\frac{T_i - T_\infty}{T_{(t_a)} - T_\infty} = \frac{r \cdot \rho c_p}{3 \cdot \alpha_a} \cdot \ln\frac{T_i - T_\infty}{T_{(t_a)} - T_\infty}$$

$$t_a = \frac{0.005\,m \cdot 3000\frac{kg}{m^3} \cdot 1000\frac{J}{kgK}}{3 \cdot 18\frac{W}{m^2K}} \cdot \ln\frac{500 - 20}{50 - 20}$$

$$t_a = 770.16\left[s\right]$$

◄

Pentru bila ce se răceşte prin convecţie forţată în **lichid**:

Mai întâi se verifică valoarea numărului Biot:

$$Bi = \frac{\alpha_b \cdot V}{\lambda \cdot A_s} = \frac{r \cdot \alpha_b}{3\lambda} = \frac{0.005\,m \cdot 5000\,\frac{W}{m^2K}}{3 \cdot 30\left[W/mK\right]}$$

$$Bi = 0.2778 > 0.1$$

Ca urmare, în acest caz nu se mai pot folosi relaţiile metodei capacităţii termice infinite. Timpul $\mathbf{t_b}$ până la atingerea temperaturii indicate, se determină din ecuaţia de definiţie a numărului adimensional Fourier (vezi subcapitolul 1.4):

$$Fo = \frac{a \cdot t}{L^2} \quad \Rightarrow \quad t_b = Fo\frac{r^2}{a}$$

Dată fiind complexitatea soluţiei analitice complete, în acest caz se apelează la soluţia aproximativă, ce reţine numai primul termen al seriei infinite.

Prin rearanjarea ecuaţiei (6.4) se obţine:

$$\frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = C_1 \cdot e^{-\zeta^2 \cdot Fo} \quad \Rightarrow \quad Fo = -\frac{1}{\zeta^2} \cdot \ln\left[\frac{1}{C_1} \cdot \frac{T_{(0,t_b)} - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right]$$

Pentru determinarea constantelor C1 şi z, se apelează la tabelul din subcapitolul anterior, 6.1. Trebuie avută în vedere atenţionarea de la sfârşitul tabelului, prin care se indică modul de calcul a numărului adimensional Biot, diferit de relaţia de definiţie a acestuia indicată în subcapitolul 1.4. Astfel, numărul Biot ce va fi utilizat pentru determinarea valorilor din tabel este:

$$Bi = \frac{r \cdot \alpha_b}{\lambda} = \frac{0.005\,m \cdot 5000\,\frac{W}{m^2K}}{30\left[W/mK\right]}$$

$$Bi = 0.83$$

Corespunzător acestei valori, din tabel se obţin:

$\zeta = 1.45\,rad$ şi $C_1 = 1.23$

Ca urmare, pentru numărul Fourier se obţine:

$$Fo = -\frac{1}{\left(1.45\,rad\right)^2}\cdot \ln\left[\frac{1}{1.23}\cdot\frac{\left(50-20\right)°C}{\left(500-20\right)°C}\right]$$

$$Fo = 1.42$$

Din definiţia difuzibilităţii termice, se obţine:

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p} = \frac{30\,\frac{W}{mK}}{3000\,\frac{kg}{m^3}\cdot 1000\,\frac{J}{kgK}}$$

$$a = 1\times 10^{-5}\,\frac{m^2}{s}$$

Timpul de răcire în baia de fluid va fi:

$$t_b = Fo\frac{r^2}{a} = 1.42\cdot\frac{\left(0.005\,m\right)^2}{1\times 10^{-5}\,\frac{m^2}{s}}$$

atunci,

$$t_b = 3.55\left[s\right]$$ ◄

Concluzii/Comentarii:

Evident, în cazul (b) răcirea este mult mai rapidă.

Dat fiind faptul că diametrul bilelor este destul de mic, iar **Fo = 1.42** se poate utiliza soluţia aproximativă, cu rezultate foarte apropiate de valorile reale.

Raportul **V/A_s** reprezintă lungimea caracteristică, **L_c**. În cazul unei sfere,

$L_c = r/3$.

S-a neglijat radiaţia termică, dar fluxul termic radiativ poate avea valori importante, comparative cu cele ale fluxului termic covectiv.

Problema rezolvată R6.5

Se consideră un corp paralelipipedic lung, cu secţiunea transversală pătrată, cu latura de 20 cm, care iniţial se află la temperatură uniformă de 20 °C. Materialul din care este turnat corpul are conductivitatea termică λ = 28 W/mK, difuzivitatea termică **a** = 12 x 10^{-6} m^2/s şi o generare uniformă de energie cu rata de $\dot{Q}'''_{gen}$ = 8 x 10^5 W/m^3. Toate suprafeţele laterale ale corpului sunt supuse la condiţii convective de transfer de căldură cu caracteristicile $\mathbf{T_\infty}$ = 30 °C şi α = 45 W/m^2K.

Dacă se utilizează o reţea de discretizare cu pasul identic în ambele coordonate ($\Delta x = \Delta y$) cu latura de 10 cm şi soluţia explicită a metodei cu diferenţe finite, să se determine temperatura pe axul central al corpului:

a) după 10 minute;

b) după stabilirea condiţiilor staţionare.

Soluţie

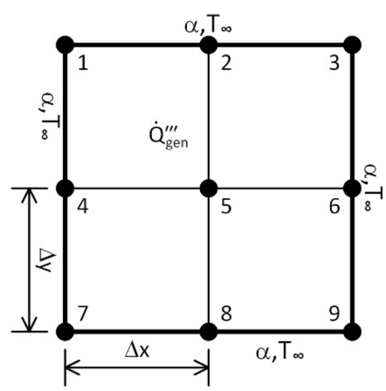
Se ştie:

- corp de geometrie şi proprietăţi termofizice cunoscute
- condiţii convective la suprafeţele laterale, cu caracteristici specificate

Se cere:

- temperatura la axul central după 10 minute şi după instalarea condiţiilor staţionare

Schematizare:



Ipoteze:

- conducţie bi-dimensională, în condiţii tranzitorii
- generare uniformă în volumul corpului
- radiaţie neglijabilă (sau inclusă în coeficientul convectiv de transfer)

Proprietăţi:

- identificate în text

Analiză:

Se utilizează metoda explicită pentru ecuaţia cu diferenţe finite, scrisă pentru bilanţul energetic pentru cazul tranzitoriu:

$$\sum_{k=1}^{4} \dot{Q}_{conv}^{i} + \dot{Q}_{gen}''' = \rho V \cdot c_p \frac{T_{m,n}^{p+1} - T_{m,n}^{p}}{\Delta t}$$

În ecuaţia de mai sus şi în cele ce urmează, se utilizează următoarele notaţii: **m** reprezintă indexarea în direcţia x, **n** reprezintă indexarea în direcţia y, **p** reprezintă indexarea paşilor de timp. Notaţia indicelui de sumă este **k** = numărul de suprafeţe laterale (k = 1 … 4).

În aceste condiţii, forma ecuaţiei cu diferenţe finite pentru un nod interior, conform ecuaţiei (6.9) devine:

$$T_{m,n}^{p+1} = Fo \cdot \left(T_{m+1,n}^{p} + T_{m-1,n}^{p} + T_{m,n+1}^{p} + T_{m,n-1}^{p}\right) + \left(1 - 4Fo\right) \cdot T_{m,n}^{p} + Fo \cdot \frac{\dot{Q}_{gen}''' \cdot \Delta x^2}{\lambda}$$

Deoarece există simetrie atât pe verticală şi orizontală, cât şi pe diagonală, se pot scrie următoarele egalităţi pentru temperaturile din cele 9 noduri specificate:

$$T_1 = T_3 = T_7 = T_9$$

$$T_2 = T_4 = T_6 = T_8$$

Astfel, rămân numai trei necunoscute de determinat, şi anume T_1, T_2, şi T_5. Se utilizează şi faptul că un plan de simetrie se poate echivala cu o suprafaţă izolată termic şi ecuaţiile devin:

Nod 1: $$\alpha \Delta x \left(T_\infty + T_1^p\right) + \lambda \frac{\Delta y}{2} \frac{\left(T_2^p - T_1^p\right)}{\Delta x} + \lambda \frac{\Delta x}{2} \frac{\left(T_4^p - T_1^p\right)}{\Delta y} + \frac{\dot{Q}_{gen}''' \cdot \Delta x^2}{4} = \rho c_p \cdot \frac{\Delta x^2}{4} \cdot \frac{\left(T_1^{p+1} - T_1^p\right)}{\Delta t}$$

Nod 2: $\alpha\dfrac{\Delta y}{2}\left(T_\infty+T_2^p\right)+\lambda\dfrac{\Delta y}{2}\dfrac{\left(T_1^p-T_2^p\right)}{\Delta x}+\lambda\dfrac{\Delta x}{2}\dfrac{\left(T_5^p-T_2^p\right)}{\Delta y}+\dfrac{\dot{Q}'''_{gen}\cdot\Delta x^2}{4}=\rho c_p\cdot\dfrac{\Delta x^2}{4}\cdot\dfrac{\left(T_2^{p+1}-T_2^p\right)}{\Delta t}$

Nod 5: $T_5^{p+1}=\left(1-4Fo\right)\cdot T_5^p+Fo\cdot\left(4T_2^p+\dfrac{\dot{Q}'''_{gen}\cdot\Delta x^2}{\lambda}\right)$

Pentru că s-a adoptat soluţia explicită, trebuie determinat criteriul de stabilitate al soluţiei, care presupune ca expresia coeficientului termenului $T_{m,n}^p$ să fie mai mare sau cel mult egală cu zero.

Dintre expresiile pentru cele trei noduri exprimate mai sus, cea pentru nodul 1 are cel mai mic coeficient, pentru că nodul de tip 1 este cel mai expus convecţiei externe. Ca urmare, criteriul de stabilitate presupune că:

$$1-4Fo-4Fo\cdot\frac{\alpha\cdot\Delta x}{\lambda}\geq 0$$

adică

$$Fo\leq\frac{1}{4\cdot\left(1+\dfrac{\alpha\cdot\Delta x}{\lambda}\right)}\quad\Rightarrow\quad\Delta t\leq\frac{\Delta x^2}{4a\cdot\left(1+\dfrac{\alpha\cdot\Delta x}{\lambda}\right)}$$

Înlocuind valorile în expresia de mai sus se obţine pasul maxim de timp:

$$\Delta t\leq\frac{\left(0.1m\right)^2}{4\cdot 12\times 10^{-6}\dfrac{m^2}{s}\cdot\left(1+\dfrac{45\dfrac{W}{m^2K}\cdot 0.1m}{28\dfrac{W}{mK}}\right)}$$

$$\Delta t\leq 179\left[s\right]$$

Deci orice pas de timp mai mic decât cel indicat mai sus va garanta stabilitatea soluţiei numerice.

Pentru facilitarea calculelor ulterioare, se alege o valoare pentru discretizarea în timp de Δ**t = 60 s**.

Astfel, numărul Fourier devine:

$$Fo = \frac{a \cdot \Delta t}{\Delta x^2} = \frac{12 \times 10^{-6} \frac{m^2}{s} \cdot 60\,s}{\left(0.1\,m\right)^2}$$

$$Fo = 0.072$$

Se utilizează un calculator pentru a calcula valorile pentru cele trei ecuaţii nodale specificate mai sus, cu increment temporal de 60 s. Soluţia pentru nodul 5 devine succesiv:

Timp [min]	Temperatura T_5 [°C]
10	217.2
15	302.8
20	379.3
25	447.7
30	508.9
40	612.4
50	695.1
60	761.2

a) după **10 minute**, temperatura la axul central va fi de **217.2 [°C]** ◄

b) condiţiile staţionare se ating după circa **6 ore**, când temperatura la axul central va fi de **1023 [°C]** ◄

Concluzii/Comentarii:

Valorile determinate pentru temperaturi nu depind de valoarea incrementului de timp **Δt** ales. Valoarea de 60 de secunde din soluţia problemei a fost aleasă tocmai pentru a determina mai uşor temperatura din minut în minut.

6.3 Probleme propuse

Problema P6.1

Călirea unor bile de oţel AISI-1010 se face printr-un proces de răcire controlat. Când sunt scoase din cuptor, bilele au o temperatură de 800 °C; sunt lăsate să se răcească până la 125 °C într-un mediu cu temperatura de 50 °C, coeficientul convectiv de transfer de căldură fiind estimat la α = 20 W/m^{2}K.

Să se determine timpul necesar pentru procesul de răcire, dacă diametrul bilelor este 10 mm.

Problema P6.2

O bilă din oţel carbon, cu diametrul de 20 mm, este răcită de la 600 °C într-un curent de aer care are temperatura de 25 °C. Coeficientul convectiv de transfer de căldură este estimat la α = 100 W/m^{2}K.

Să se determine temperatura la care ajunge bila după două minute.

Proprietăţile se vor estima la o temperatură medie de 325 °C.

Problema P6.3

Un ax din oţel carbon AISI-1010 (diametrul 10 mm) este tratat termic într-un cuptor cu gaze ce asigură în interior o temperatură de 1000 °C. Coeficientul convectiv de transfer de căldură este estimat la α = 100 W/m^{2}K.

Dacă temperatura iniţială uniformă a axului a fost de 25 °C să se determine timpul necesar pentru încălzirea acestuia în cuptor până la temperatura de 500 °C.

Problema P6.4

Dacă axul din problema precedentă este scos din cuptor şi lăsat să se răcească în mediul ambiant (la 25 °C) cu un coeficient convectiv de transfer de căldură estimat la α = 20 W/m^{2}K, să se determine la ce temperatură va ajunge axul după 5 minute.

Problema P6.5

Un pepene roşu, cu diametrul D = 30 cm, aflat iniţial la temperatura mediului ambiant de 25 °C, este introdus într-un frigider. Se consideră convecţie naturală cu un coeficient de transfer de căldură α = 10 W/m^{2}K. Se presupune că pepenele poate fi aproximat cu o sferă şi proprietăţile termo-fizice sunt similare cu cele ale apei la aceeaşi temperatură.

Să se determine dacă se poate utiliza metoda capacităţii termice infinite pentru analiza procesului de răcire.

Problema P6.6

O bucată de fier, de formă paralelipipedică cu dimensiunile 20 x 18 x 80 cm, este la o temperatură mai ridicată decât cea a mediului înconjurător.

a) Să se determine dacă se poate utiliza metoda capacităţii termice infinite pentru analiza procesului de răcire, dacă se consideră convecţie naturală cu un coeficient de transfer de căldură α = 5 W/m^{2}K.
b) Care este valoarea fluxului termic la 2 minute de la începerea procesului de răcire, dacă temperatura iniţială a fost 300 °C, iar temperatura mediului este de 25 °C.
c) Energia totală transferată de la bucata de fier în primele două minute ale procesului de răcire

Problema P6.7

O sferă din aluminiu pur, cu emisivitatea suprafeţei ε = 0.75 şi diametrul 50 mm, este încălzită într-un cuptor până la temperatura de 500 °C. Apoi sfera este suspendată într-o încăpere unde atât aerul ambiant, cât şi mediul înconjurător sunt la temperatura de 25 °C. Coeficientul convectiv de transfer de căldură este estimat la α = 10 W/m^{2}K.

Să se determine timpul necesar pentru răcirea sferei până la o temperatură de 100 °C dacă:

a) se neglijează radiaţia termică
b) se neglijează convecţia termică
c) se iau în considerare ambele moduri de transfer de căldură

Problema P6.8

Se consideră un fir de aluminiu cu diametrul 0.5 mm, aflat în stare iniţială la o temperatură uniformă de 200 °C. Acesta este supus brusc unei răciri în mediul ambiant (la 25 °C) prin:

a) convecţie naturală cu un coeficient de transfer de căldură α = 5 W/m^{2}K

b) convecţie forţată cu un coeficient de transfer de căldură α = 100 W/m^{2}K

Să se determine relaţiile de variaţie a temperaturii şi să se reprezinte grafic cele două variante de răcire.

Problema P6.9

Un conductor electric lung are următoarele caracteristici: diametrul D = 1 mm; rezistenţa electrică liniară R_e = 0.01 Ω/m, densitatea ρ = 10000 kg/m^3, căldura specifică la presiune constantă c_p = 500 J/kgK, conductivitatea termică λ = 25 W/mK. Acesta este imersat într-o baie în care se află un lichid cu inerţie termică mare, aflat la temperatura uniformă de 20 °C.

Dacă prin acest conductor se trece un curent de 100 A, iar coeficientul convectiv de transfer de căldură este estimat ca fiind α = 250 W/m^{2}K, să se determine:

a) temperatura de echilibru (funcţionare staţionară a sistemului)

b) timpul necesar pentru ca temperatura în conductor să atingă 90% din temperatura de echilibru.

Problema P6.10

Un perete alcătuit din cărămidă, cu grosimea de 10 cm şi dimensiuni mari pe înălţime şi lăţime, la momentul iniţial se află la o temperatură uniformă egală cu temperatura mediului înconjurător de 20 °C. O latură a peretelui este perfect izolată termic, în timp ce cealaltă latură a peretelui este expusă unor condiţii convective de convecţie naturală cu caracteristicile: temperatură 0 °C; coeficient convectiv de transfer de căldură α = 10 W/m^{2}K. Să se determine

a) temperaturile celor două suprafeţe laterale ale peretelui după 6 ore

b) energia termică totală raportată la unitatea de suprafaţă extrasă de la perete în această perioadă de timp.

Problema P6.11

În procesul de călire a unei plăci din oţel obişnuit, de 0.1 m grosime, aceasta se încălzeşte de la o temperatură uniformă iniţială de 100 °C până la o temperatură de minim 600 °C.

Cuptorul asigură o temperatură de 900 °C şi un coeficient convectiv de transfer de căldură de α = 300 W/m^{2}K pe ambele suprafeţe ale plăcii.

Să se estimeze cât timp trebuie să rămână placa de oţel în cuptor.

Problema P6.12

Se consideră o unitate de stocare a energiei termice, cu geometria unui perete plan cu carateristicile următoare: grosime D = 50 mm; densitatea ρ = 1900 kg/m^3, căldura specifică c_p = 800 J/kgK, conductivitatea termică λ = 0.7 W/mK.

Aflată iniţial la o temperatură uniformă de 25 °C, este încălzită pe ambele părţi cu ajutorului unui fluid cald cu o temperatură de 700 °C şi cu un coeficient convectiv de transfer de căldură de α = 100 W/m^{2}K.

Să se estimeze cât timp este necesar pentru ca placa să atingă 75% din valoarea maximă posibilă a energiei de stocare şi să se determine temperaturile maximă şi minimă în placă la acel moment.

Problema P6.13

Pentru eliminarea tensiunilor remanente şi tratament de călire, o placă de oţel din oţel obişnuit, de 0.2 m grosime, aflată iniţial la o temperatură uniformă de 300 °C, este încălzită pe ambele părţi până la o temperatură de 500 °C.

Cuptorul utilizat pentru tratament asigură o temperatură de 700 °C şi un coeficient convectiv de transfer de căldură de α = 500 W/m^{2}K.

Să se estimeze cât timp trebuie să rămână placa de oţel în cuptor şi să se determine temperatura la suprafaţa plăcii în acel moment.

Problema P6.14

Un bloc de oţel din oţel obişnuit, de 10 mm grosime, foarte înalt şi foarte lat, aflat iniţial la o temperatură uniformă de 200 °C, este expus brusc la un mediu convectiv cu temperatura de 50 °C, coeficient convectiv de transfer de căldură de α = 50 W/m^{2}K şi difuzivitate termică a = 2 x 10^{-6} m^2/s.

Să se determine temperatura în planul central al plăcii şi la 3 cm distanţă de la suprafaţă după 10 minute de expunere.

Problema P6.15

Un cilindru de oţel inox, lung, cu diametrul de 65 mm, are la momentul iniţial o temperatură uniformă de 150 °C. Cilindrul este expus brusc unor condiţii convective caracterizate de temperatura mediului ambiant de 50 °C şi coeficientul convectiv de transfer de căldură de α = 300 W/m^{2}K. După trecerea a 5 minute din procesul de răcire, să se determine:

a) temperatura la axul central al cilindrului;

b) temperatura la 2.5 cm în direcţie radială;

c) energia totală pe unitatea de lungime transferată de la cilindru

Problema P6.16

Un cremwurst este scos din frigider şi aruncat într-o oală cu apă care fierbe. Datorită faptului ca lungimea cremwurst-ului este mult mai mare ca diametrul (10 mm), acesta poate fi aproximat cu un cilindru infinit, cu următoarele carateristici termofizice: densitatea ρ = 900 kg/m^3, căldura specifică c_p = 3500 J/kgK şi conductivitatea termică λ = 0.5 W/mK.

Dacă se consideră temperatura iniţială uniformă a cremwurst-ului de 5 °C şi un coeficient convectiv de transfer de căldură de α = 100 W/m^{2}K în apa care fierbe, să se estimeze în cât timp temperatura pe axul central al „cilindrului infinit” atinge 80 °C. Să se utilizeze metoda analitică (soluţia aproximativă), cât şi diagramele corespunzătoare din Anexa 3. Să se compare rezultatele.

Problema P6.17

Se consideră un cub de plumb, cu latura de 100 mm. Iniţial, cubul se află la o temperatură uniformă de 200 °C şi apoi este expus brusc unor condiţii convective caracterizate de temperatura mediului ambiant de 30 °C şi coeficientul convectiv de transfer de căldură de α = 100 W/m^{2}K.

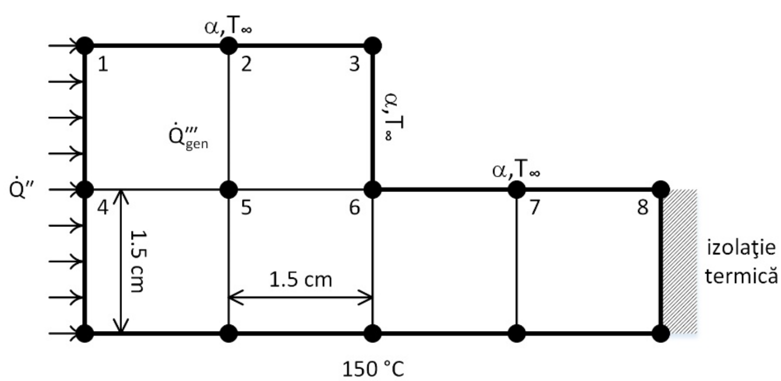
După 1 minut din procesul de răcire, să se determine valoarea temperaturii în centrul cubului.

Este utilizabilă metoda capacităţii termice infinite?

Problema P6.18

Se consideră conducţia tranzitorie bi-dimensională printr-o bară solidă cu secţiunea transversală în formă de L . Iniţial, bara se află la o temperatură uniformă de 150 °C şi are următoarele carateristici termofizice: conductivitate termică λ = 15 W/mK, difuzivitate a = 3.2 x 10^{-6} m^2/s, generare uniformă de energie de $\dot{Q}'''_{gen}$ = 2 x 10^7 W/m^3 . Suprafaţa de jos a barei este menţinută permanent la 150 °C, în timp ce cea din dreapta este izolată termic, ca în figura de mai jos. La momentul iniţial, întreaga suprafaţă superioară este supusă unei condiţii convective cu caracterisiticile: temperatura mediului ambiant 25 °C şi coeficient convectiv de transfer de căldură de α = 100 W/m^{2}K. De asemenea, în acelaşi moment, suprafaţa din stânga este supusă unei condiţii de flux termic constant şi uniform cu valoarea $\dot{Q}''$ = 1 x 10^4 W/m^2 .

Să se utilizeze soluţia explicită a metodei numerice pentru a determina temperatura nodului 3 (vezi figura) după 1, 2, 5 şi 10 minute.



Problema P6.19

Pornind de la bilanţul energetic pentru un element de volum în coordonate carteziene, să se obţină ecuaţia cu diferenţe finite pentru un nod generic interior (m,n - bidimensional), în condiţii tranzitorii, cu conductivitate termică constantă, fără surse interne de energie, pentru:

a) Metoda explicită

b) Metoda implicită

Problema P6.20

Pornind de la bilanţul energetic pentru un element de volum tip disc, să se obţină ecuaţia explicită cu diferenţe finite pentru un nod generic interior (m - unidimensional), în condiţii tranzitorii, într-un cilindru izolat termic pe suprafaţa laterală, cu surse interne de energie, cu conductivitate termică constantă.

ANEXE

Anexa 1 Proprietăţi termofizice

Lista tabelelor

Tabel 1. Proprietăţile termofizice ale unor materiale selectate – **Metalice**

Substanţa	Punctul de topire [K]	Proprietăţile la 300 K			
		ρ [kg/m³]	c_p [J/kg · K]	λ [W/m · K]	a x 10⁶ [m²/s]
Aluminiu - pur	933	2702	903	237	97.1
Aluminiu - aliaj 2024-T6	775	2770	875	177	73.0
Beriliu	1550	1850	1825	200	59.2
Crom	2118	7160	449	93.7	29.1
Cobalt	1769	8862	421	99.2	26.6
Cupru - pur	1358	8933	385	401	117
Cupru - bronz (90% Cu, 10% Al)	1293	8800	420	52	14
Cupru - alamă (70% Cu, 30% Zn)	1188	8530	380	110	33.9
Constantan (55% Cu, 45% Ni)	1493	8920	384	23	6.71
Germaniu	1211	5360	322	59.9	34.7
Aur	1336	19,300	129	317	127
Fier - pur	1810	7870	447	80.2	23.1
Fier - Oţel carbon - normal		7854	434	60.5	17.7
Fier - Oţel carbon - AISI 1010		7832	434	63.9	18.8
Fier - Oţel inox - AISI 316		8238	468	13.4	3.48

(*Continuare pe pagina următoare*)

Proprietăţile la							
100 K	200 K	400 K	600 K	800 K	1000 K	1200 K	1500 K
λ, [W/m · K] c_p, [J/kg · K]							
302	237	240	231	218			
482	798	949	1033	1146			
65	163	186	186				
473	787	925	1042				
990	301	161	126	106	90.8	78.7	
203	1114	2191	2604	2823	3018	3227	3519
159	111	90.9	80.7	71.3	65.4	61.9	57.2
192	384	484	542	581	616	682	779
167	122	85.4	67.4	58.2	52.1	49.3	42.5
236	379	450	503	550	628	733	674
482	413	393	379	366	352	339	
252	356	397	417	433	451	480	
	42	52	59				
	785	160	545				
75	95	137	149				
	360	395	425				
17	19						
237	362						
232	96.8	43.2	27.3	19.8	17.4	17.4	
190	290	337	348	357	375	395	
327	323	311	298	284	270	255	
109	124	131	135	140	145	155	
134	94.0	69.5	54.7	43.3	32.8	28.3	32.1
216	384	490	574	680	975	609	654
		56.7	48.0	39.2	30.0		
		487	559	685	1169		
		58.7	48.8	39.2	31.3		
		487	559	685	1168		
		15.2	18.3	21.3	24.2		
		504	550	576	602		

Tabel 1. (*Continuare din pagina anterioară*)

Substanţa	Punctul de topire [K]	Proprietăţile la 300 K			
		ρ [kg/m^3]	c_p [J/kg · K]	λ [W/m · K]	a x 10^6 [m^2/s]
Plumb	601	11,340	129	35.3	24.1
Magneziu	923	1740	1024	156	87.6
Molibden	2894	10,240	251	138	53.7
Nichel - pur	1728	8900	444	90.7	23.0
Platină - pură	2045	21,450	133	71.6	25.1
Silicon	1685	2330	712	148	89.2
Argint	1235	10,500	235	429	174
Tantal	3269	16,600	140	57.5	24.7
Toriu	2023	11,700	118	54.0	39.1
Staniu	505	7310	227	66.6	40.1
Titaniu	1953	4500	522	21.9	9.32
Tungsten	3660	19,300	132	174	68.3
Uraniu	1406	19,070	116	27.6	12.5
Vanadiu	2192	6100	489	30.7	10.3
Zinc	693	7140	389	116	41.8

Sursa: Adaptat din: Moran M.J. et al., 2002

Proprietăţile la							
100 K	200 K	400 K	600 K	800 K	1000 K	1200 K	1500 K
λ, [W/m · K] c_p, [J/kg · K]							
39.7	36.7	34.0	31.4				
118	125	132	142				
169	159	153	149	146			
649	934	1074	1170	1267			
179	143	134	126	118	112	105	98
141	224	261	275	285	295	308	330
164	107	80.2	65.6	67.6	71.8	76.2	82.6
232	383	485	592	530	562	594	616
77.5	72.6	71.8	73.2	75.6	78.7	82.6	89.5
100	125	136	141	146	152	157	165
884	264	98.9	61.9	42.4	31.2	25.7	22.7
259	556	790	867	913	946	967	992
444	430	425	412	396	379	361	
187	225	239	250	262	277	292	
59.2	57.5	57.8	58.6	59.4	60.2	61.0	62.2
110	133	144	146	149	152	155	160
59.8	54.6	54.5	55.8	56.9	56.9	58.7	
99	112	124	134	145	156	167	
85.2	73.3	62.2					
188	215	243					
30.5	24.5	20.4	19.4	19.7	20.7	22.0	24.5
300	465	551	591	633	675	620	686
208	186	159	137	125	118	113	107
87	122	137	142	146	148	152	157
21.7	25.1	29.6	34.0	38.8	43.9	49.0	
94	108	125	146	176	180	161	
35.8	31.3	31.3	33.3	35.7	38.2	40.8	44.6
258	430	515	540	563	597	645	714
117	118	111	103				
297	367	402	436				

Tabel 2. Proprietăţile termofizice ale unor materiale selectate – **Nemetalice**

Substanţa	Punctul de topire [K]	Proprietăţile la 300 K			
		ρ [kg/m^3]	c_p [J/kg · K]	λ [W/m · K]	a x 10^6 [m^2/s]
Aluminiu (oxid) - policristalin	2323	3970	765	36.0	11.9
Aluminiu (oxid) - safir	2323	3970	765	46.0	15.1
Beriliu oxid	2725	3000	1030	272	88.0
Diamant		3500	509	2300	
Grafit - pirolitic (flux paralel cu straturile)	2273	2210	709	1950	
Grafit - pirolitic (flux perpendicular pe straturi)	2273	2210	709	5.70	
Grafit - fibre (flux paralel cu straturile)	450	1400	935	11.1	
Grafit - fibre (flux perpendicular pe straturi)	450	1400	935	0.87	
Pyroceram - Corning 9606 (sticlă tratată termic)	1623	2600	808	3.98	1.89
Siliciu - carbură	3100	3160	675	490	230
Siliciu - dioxid - policristalin	1883	2220	745	1.38	0.834
Siliciu - nitrat	2173	2400	691	16.0	9.65
Sulf	392	2070	708	0.206	0.141
Toriu - dioxid	3573	9110	235	13	6.1
Titaniu dioxid - policristalin	2133	4157	710	8.4	2.8

Sursa: Adaptat din: Moran M.J. et al., 2002

			Proprietăţile la				
100 K	200 K	400 K	600 K	800 K	1000 K	1200 K	1500 K
			λ, [W/m · K] c_p , [J/kg · K]				
133	55	26.4	15.8	10.4	7.85	6.55	5.66
		940	1110	1180	1225		
450	82	32.4	18.9	13.0	10.5		
		940	1110	1180	1225		
		196	111	70	47	33	21.5
		1350	1690	1865	1975	2055	2145
10,000	4000	1540					
4970	3230	1390	892	667	534	448	357
136	411	992	1406	1650	1793	1890	1974
16.8	9.23	4.09	2.68	2.01	1.60	1.34	1.08
136	411	992	1406	1650	1793	1890	1974
5.7	8.7	13.0					
337	642	1216					
0.46	0.68	1.10					
337	642	1216					
5.25	4.78	3.64	3.28	3.08	2.96	2.87	2.79
		908	1038	1122	1197	1264	1498
					87	58	30
		880	1050	1135	1195	1243	1310
0.69	1.14	1.51	1.75	2.17	2.87	4.00	
		905	1040	1105	1155	1195	
		13.9	11.3	9.88	8.76	8.00	7.16
	578	778	937	1063	1155	1226	1306
0.165	0.185						
403	606						
		10.2	6.6	4.7	3.68		
		255	274	285	295		
		7.01	5.02	8.94	3.46		
		805	880	910	930		

Tabel 3. Proprietăţile termofizice ale unor materiale **izolatoare** selectate

Material / Sistem	ρ [kg/m^3]	λ [W/m · K]	c_p [J/kg · K]
Vată de sticlă - acoperită cu hârtie	16	0.046	—
	28	0.038	—
	40	0.035	—
Placă - sticlă granule	145	0.058	1000
Placă - fibră de sticlă	105	0.036	795
Placă - polistiren extrudat	55	0.027	1210
Placă - polistiren expandat	16	0.040	1210
Umplutură - fibră de sticlă	16	0.043	835
Umplutură - fulgi	80	0.068	835
	160	0.063	1000
Spumă - polivinil mastic	—	0.100	—
Spumă - uretan	70	0.026	1045
Siliciu pudră, vacuum	160	0.0017	—

Sursa: Adaptat din diverse surse

Tabel 4. Proprietăţile termofizice ale unor materiale **de construcţie** selectate

Material	ρ [kg/m^3]	λ [W/m · K]	c_p [J/kg · K]
Ghips or placă rigips	800	0.170	—
Lemn stratificat, siding	640	0.094	1170
Plăci aglomerate, densitate mică	590	0.078	1300
Plăci aglomerate, densitate mare	1000	0.170	1300
Placaj	545	0.120	1215
Lemn esenţă tare (stejar, arţar)	720	0.160	1255
Lemn esenţă moale (brad, pin)	510	0.120	1380
Cărămidă	1920	0.720	835
Beton	2300	1.400	880

Sursa: Adaptat din diverse surse

Tabel 5. Proprietăţile termofizice ale unor materiale **comune** selectate

Substanţa	T [K]	ρ [kg/m^3]	λ [W/m · K]	c_p [J/kg · K]
Asfalt	300	2115	0.062	920
Cărbune	300	1350	0.260	1260
Bumbac	300	80	0.060	1300
Măr (75% apă)	300	840	0.513	3600
Blat tort, copt	300	280	0.121	—
Pui - carne albă (74.4% apă)	198	—	1.600	—
	273	—	0.476	—
Sticlă - placă	300	2500	1.400	750
Sticlă - pyrex	300	2225	1.400	835
Gheaţă	273	920	1.880	2040
	253	—	2.030	1945
Piele	300	998	0.159	—
Hârtie	300	930	0.180	1340
Parafină	300	900	0.240	2890
Piatră, Granit	300	2630	2.790	775
Piatră, Marmură	300	2680	2.800	830
Piatră, Gresie	300	2150	2.900	745
Cauciuc, moale	300	1100	0.130	2010
Cauciuc, tare	300	1190	0.160	—
Nisip	300	1515	0.270	800
Pământ	300	2050	0.520	1840
Zăpadă	273	110	0.049	—
		500	0.190	—
Teflon	300	2200	0.350	—
	400	—	0.450	—
Ţesut, piele umană	300	—	0.370	—
Lemn (perpendicular pe fibră) - brad	300	415	0.110	2720
Lemn (perpendicular pe fibră) - stejar	300	545	0.170	2385
Lemn (radial) - brad	300	420	0.140	2720
Lemn (radial) - stejar	300	545	0.190	2385

Sursa: Adaptat din diverse surse

Tabel 6. Informaţii de bază despre cele mai utilizate elemente şi compuşi

Substanţa	Formula chimică	M [kg/kmol]	T_c [K]	p_c [bar]
Acetilenă	C_2H_2	26.04	309	62.8
Aer (echivalent)	—	28.97	133	37.7
Amoniac	NH_3	17.03	406	112.8
Argon	Ar	39.94	151	48.6
Benzen	C_6H_6	78.11	563	49.3
Butan	C_4H_{10}	58.12	425	38.0
Carbon	C	12.01	—	—
Carbon - dioxid	CO_2	44.01	304	73.9
Carbon - monoxid	CO	28.01	133	35.0
Cupru	Cu	63.54	—	—
Etan	C_2H_6	30.07	305	48.8
Alcool etilic	C_2H_5OH	46.07	516	63.8
Etilen	C_2H_4	28.05	283	51.2
Heliu	He	4.003	5.2	2.3
Hidrogen	H_2	2.016	33.2	13.0
Metan	CH_4	16.04	191	46.4
Alcool metilic	CH_3OH	32.04	513	79.5
Nitrogen (azot)	N_2	28.01	126	33.9
Octan	C_8H_{18}	114.22	569	24.9
Oxigen	O_2	32.00	154	50.5
Propan	C_3H_8	44.09	370	42.7
Propilenă	C_3H_6	42.08	365	46.2
Refrigerant 12	CCl_2F_2	120.92	385	41.2
Refrigerant 22	$CHClF_2$	86.48	369	49.8
Refrigerant 134a	CF_3CH_2F	102.03	374	40.7
Sulf dioxid	SO_2	64.06	431	78.7
Apă	H_2O	18.02	647.3	220.9

Surse: *International Critical Tables* şi Nelson L.C., Obert E.F., 1954

Tabel 7. Proprietăţi fizice ale unor lichide uzuale

Substanţa	T [°C]	ρ [kg/m^3]	γ [kN/m^3]	μ x 10^3 [Ns/m^2]	ν x 10^6 [m^2/s]
Tetraclorură de carbon	20	1,590	15.60	0.958	0.603
Alcool etilic	20	789	7.74	1.190	1.510
Gazolină	15.6	680	6.67	0.310	0.460
Glicerină	20	1,260	12.40	1,500.0	1,190.0
Mercur	20	13,600	133.00	1.570	0.115
Ulei SAE 30	15.6	912	8.95	380.0	420.0
Apă de mare	15.6	1,030	10.10	1.200	1.170
Apă	15.6	999	9.80	1.120	1.120

Sursa: Moran M.J. et al., 2002

Tabel 8. Proprietăţi fizice ale unor gaze uzuale

Substanţa	T [°C]	ρ [kg/m^3]	γ [kN/m^3]	μ x 10^5 [Ns/m^2]	ν x 10^5 [m^2/s]
Aer	15	1.230	12.00	1.790	1.460
Carbon - dioxid	20	1.830	18.00	1.470	0.803
Heliu	20	0.166	1.63	1.940	11.50
Hidrogen	20	0.084	0.82	0.884	10.50
Metan (gaz natural)	20	0.667	6.54	1.100	1.650
Nitrogen (azot)	20	1.160	11.40	1.760	1.520
Oxigen	20	1.330	13.00	2.040	1.530

Sursa: Moran M.J. et al., 2002

Tabel 9. Proprietăţi termodinamice pentru apă la saturaţie: temperatură

Temp. [°C]	Presiune [bar]	Volum specific [m³/kg]		Energia internă [kJ/kg]	
		Lichid Sat. $v_f \times 10^3$	Vapori Sat. v_g	Lichid Sat. u_f	Vapori Sat. u_g
.01	0.00611	1.0002	206.136	0.00	2375.3
4	0.00813	1.0001	157.232	16.77	2380.9
5	0.00872	1.0001	147.120	20.97	2382.3
6	0.00935	1.0001	137.734	25.19	2383.6
8	0.01072	1.0002	120.917	33.59	2386.4
10	0.01228	1.0004	106.379	42.00	2389.2
11	0.01312	1.0004	99.857	46.20	2390.5
12	0.01402	1.0005	93.784	50.41	2391.9
13	0.01497	1.0007	88.124	54.60	2393.3
14	0.01598	1.0008	82.848	58.79	2394.7
15	0.01705	1.0009	77.926	62.99	2396.1
16	0.01818	1.0011	73.333	67.18	2397.4
17	0.01938	1.0012	69.044	71.38	2398.8
18	0.02064	1.0014	65.038	75.57	2400.2
19	0.02198	1.0016	61.293	79.76	2401.6
20	0.02339	1.0018	57.791	83.95	2402.9
21	0.02487	1.0020	54.514	88.14	2404.3
22	0.02645	1.0022	51.447	92.32	2405.7
23	0.02810	1.0024	48.574	96.51	2407.0
24	0.02985	1.0027	45.883	100.70	2408.4
25	0.03169	1.0029	43.360	104.88	2409.8
26	0.03363	1.0032	40.994	109.06	2411.1
27	0.03567	1.0035	38.774	113.25	2412.5
28	0.03782	1.0037	36.690	117.42	2413.9
29	0.04008	1.0040	34.733	121.60	2415.2
30	0.04246	1.0043	32.894	125.78	2416.6
31	0.04496	1.0046	31.165	129.96	2418.0
32	0.04759	1.0050	29.540	134.14	2419.3
33	0.05034	1.0053	28.011	138.32	2420.7
34	0.05324	1.0056	26.571	142.50	2422.0
35	0.05628	1.0060	25.216	146.67	2423.4
36	0.05947	1.0063	23.940	150.85	2424.7
38	0.06632	1.0071	21.602	159.20	2427.4
40	0.07384	1.0078	19.523	167.56	2430.1
45	0.09593	1.0099	15.258	188.44	2436.8

(*Continuare pe pagina următoare*)

Entalpie [kJ/kg]			Entropie [kJ/kg · K]		Temp. [°C]
Lichid Sat. h_f	Evap. h_{fg}	Vapori Sat. h_g	Lichid Sat. s_f	Vapori Sat. s_g	
0.01	2501.3	2501.4	0.0000	9.1562	.01
16.78	2491.9	2508.7	0.0610	9.0514	4
20.98	2489.6	2510.6	0.0761	9.0257	5
25.20	2487.2	2512.4	0.0912	9.0003	6
33.60	2482.5	2516.1	0.1212	8.9501	8
42.01	2477.7	2519.8	0.1510	8.9008	10
46.20	2475.4	2521.6	0.1658	8.8765	11
50.41	2473.0	2523.4	0.1806	8.8524	12
54.60	2470.7	2525.3	0.1953	8.8285	13
58.80	2468.3	2527.1	0.2099	8.8048	14
62.99	2465.9	2528.9	0.2245	8.7814	15
67.19	2463.6	2530.8	0.2390	8.7582	16
71.38	2461.2	2532.6	0.2535	8.7351	17
75.58	2458.8	2534.4	0.2679	8.7123	18
79.77	2456.5	2536.2	0.2823	8.6897	19
83.96	2454.1	2538.1	0.2966	8.6672	20
88.14	2451.8	2539.9	0.3109	8.6450	21
92.33	2449.4	2541.7	0.3251	8.6229	22
96.52	2447.0	2543.5	0.3393	8.6011	23
100.70	2444.7	2545.4	0.3534	8.5794	24
104.89	2442.3	2547.2	0.3674	8.5580	25
109.07	2439.9	2549.0	0.3814	8.5367	26
113.25	2437.6	2550.8	0.3954	8.5156	27
117.43	2435.2	2552.6	0.4093	8.4946	28
121.61	2432.8	2554.5	0.4231	8.4739	29
125.79	2430.5	2556.3	0.4369	8.4533	30
129.97	2428.1	2558.1	0.4507	8.4329	31
134.15	2425.7	2559.9	0.4644	8.4127	32
138.33	2423.4	2561.7	0.4781	8.3927	33
142.50	2421.0	2563.5	0.4917	8.3728	34
146.68	2418.6	2565.3	0.5053	8.3531	35
150.86	2416.2	2567.1	0.5188	8.3336	36
159.21	2411.5	2570.7	0.5458	8.2950	38
167.57	2406.7	2574.3	0.5725	8.2570	40
188.45	2394.8	2583.2	0.6387	8.1648	45

Tabel 9. (*Continuare din pagina anterioară*)

Temp. [°C]	Presiune [bar]	Volum specific [m³/kg]		Energia internă [kJ/kg]	
		Lichid Sat. v_f x 10^3	Vapori Sat. v_g	Lichid Sat. u_f	Vapori Sat. u_g
50	0.1235	1.0121	12.032	209.32	2443.5
55	0.1576	1.0146	9.568	230.21	2450.1
60	0.1994	1.0172	7.671	251.11	2456.6
65	0.2503	1.0199	6.197	272.02	2463.1
70	0.3119	1.0228	5.042	292.95	2469.6
75	0.3858	1.0259	4.131	313.90	2475.9
80	0.4739	1.0291	3.407	334.86	2482.2
85	0.5783	1.0325	2.828	355.84	2488.4
90	0.7014	1.0360	2.361	376.85	2494.5
95	0.8455	1.0397	1.982	397.88	2500.6
100	1.014	1.0435	1.673	418.94	2506.5
110	1.433	1.0516	1.210	461.14	2518.1
120	1.985	1.0603	0.8919	503.50	2529.3
130	2.701	1.0697	0.6685	546.02	2539.9
140	3.613	1.0797	0.5089	588.74	2550.0
150	4.758	1.0905	0.3928	631.68	2559.5
160	6.178	1.1020	0.3071	674.86	2568.4
170	7.917	1.1143	0.2428	718.33	2576.5
180	10.02	1.1274	0.1941	762.09	2583.7
190	12.54	1.1414	0.1565	806.19	2590.0
200	15.54	1.1565	0.1274	850.65	2595.3
210	19.06	1.1726	0.1044	895.53	2599.5
220	23.18	1.1900	0.08619	940.87	2602.4
230	27.95	1.2088	0.07158	986.74	2603.9
240	33.44	1.2291	0.05976	1033.2	2604.0
250	39.73	1.2512	0.05013	1080.4	2602.4
260	46.88	1.2755	0.04221	1128.4	2599.0
270	54.99	1.3023	0.03564	1177.4	2593.7
280	64.12	1.3321	0.03017	1227.5	2586.1
290	74.36	1.3656	0.02557	1278.9	2576.0
300	85.81	1.4036	0.02167	1332.0	2563.0
320	112.7	1.4988	0.01549	1444.6	2525.5
340	145.9	1.6379	0.01080	1570.3	2464.6
360	186.5	1.8925	0.006945	1725.2	2351.5
374.14	220.9	3.155	0.003155	2029.6	2029.6

Sursa: Keenan J.H. et al., 1969

Entalpie [kJ/kg]			Entropie [kJ/kg · K]		Temp. [°C]
Lichid Sat. h_f	Evap. h_{fg}	Vapori Sat. h_g	Lichid Sat. s_f	Vapori Sat. s_g	
209.33	2382.7	2592.1	0.7038	8.0763	50
230.23	2370.7	2600.9	0.7679	7.9913	55
251.13	2358.5	2609.6	0.8312	7.9096	60
272.06	2346.2	2618.3	0.8935	7.8310	65
292.98	2333.8	2626.8	0.9549	7.7553	70
313.93	2321.4	2635.3	1.0155	7.6824	75
334.91	2308.8	2643.7	1.0753	7.6122	80
355.90	2296.0	2651.9	1.1343	7.5445	85
376.92	2283.2	2660.1	1.1925	7.4791	90
397.96	2270.2	2668.1	1.2500	7.4159	95
419.04	2257.0	2676.1	1.3069	7.3549	100
461.30	2230.2	2691.5	1.4185	7.2387	110
503.71	2202.6	2706.3	1.5276	7.1296	120
546.31	2174.2	2720.5	1.6344	7.0269	130
589.13	2144.7	2733.9	1.7391	6.9299	140
632.20	2114.3	2746.5	1.8418	6.8379	150
675.55	2082.6	2758.1	1.9427	6.7502	160
719.21	2049.5	2768.7	2.0419	6.6663	170
763.22	2015.0	2778.2	2.1396	6.5857	180
807.62	1978.8	2786.4	2.2359	6.5079	190
852.45	1940.7	2793.2	2.3309	6.4323	200
897.76	1900.7	2798.5	2.4248	6.3585	210
943.62	1858.5	2802.1	2.5178	6.2861	220
990.12	1813.8	2804.0	2.6099	6.2146	230
1037.3	1766.5	2803.8	2.7015	6.1437	240
1085.4	1716.2	2801.5	2.7927	6.0730	250
1134.4	1662.5	2796.6	2.8838	6.0019	260
1184.5	1605.2	2789.7	2.9751	5.9301	270
1236.0	1543.6	2779.6	3.0668	5.8571	280
1289.1	1477.1	2766.2	3.1594	5.7821	290
1344.0	1404.9	2749.0	3.2534	5.7045	300
1461.5	1238.6	2700.1	3.4480	5.5362	320
1594.2	1027.9	2622.0	3.6594	5.3357	340
1760.5	720.5	2481.0	3.9147	5.0526	360
2099.3	0	2099.3	4.4298	4.4298	374.14

Tabel 10. Proprietăţi termodinamice pentru apă la saturaţie: presiune

Presiune [bar]	Temp. [°C]	Volum specific [m³/kg] Lichid Sat. v_f x 10^3	Volum specific [m³/kg] Vapori Sat. v_g	Energia internă [kJ/kg] Lichid Sat. u_f	Energia internă [kJ/kg] Vapori Sat. u_g
0.04	28.96	1.0040	34.800	121.45	2415.2
0.06	36.16	1.0064	23.739	151.53	2425.0
0.08	41.51	1.0084	18.103	173.87	2432.2
0.10	45.81	1.0102	14.674	191.82	2437.9
0.20	60.06	1.0172	7.649	251.38	2456.7
0.30	69.10	1.0223	5.229	289.20	2468.4
0.40	75.87	1.0265	3.993	317.53	2477.0
0.50	81.33	1.0300	3.240	340.44	2483.9
0.60	85.94	1.0331	2.732	359.79	2489.6
0.70	89.95	1.0360	2.365	376.63	2494.5
0.80	93.50	1.0380	2.087	391.58	2498.8
0.90	96.71	1.0410	1.869	405.06	2502.6
1.00	99.63	1.0432	1.694	417.36	2506.1
1.50	111.4	1.0528	1.159	466.94	2519.7
2.00	120.2	1.0605	0.8857	504.49	2529.5
2.50	127.4	1.0672	0.7187	535.10	2537.2
3.00	133.6	1.0732	0.6058	561.15	2543.6
3.50	138.9	1.0786	0.5243	583.95	2546.9
4.00	143.6	1.0836	0.4625	604.31	2553.6
4.50	147.9	1.0882	0.4140	622.25	2557.6
5.00	151.9	1.0926	0.3749	639.68	2561.2
6.00	158.9	1.1006	0.3157	669.90	2567.4
7.00	165.0	1.1080	0.2729	696.44	2572.5
8.00	170.4	1.1148	0.2404	720.22	2576.8
9.00	175.4	1.1212	0.2150	741.83	2580.5
10.0	179.9	1.1273	0.1944	761.68	2583.6
15.0	198.3	1.1539	0.1318	843.16	2594.5
20.0	212.4	1.1767	0.09963	906.44	2600.3
25.0	224.0	1.1973	0.07998	959.11	2603.1
30.0	233.9	1.2165	0.06668	1004.8	2604.1
35.0	242.6	1.2347	0.05707	1045.4	2603.7
40.0	250.4	1.2522	0.04978	1082.3	2602.3
45.0	257.5	1.2692	0.04406	1116.2	2600.1
50.0	264.0	1.2859	0.03944	1147.8	2597.1
60.0	275.6	1.3187	0.03244	1205.4	2589.7

(*Continuare pe pagina următoare*)

Entalpie [kJ/kg]			Entropie [kJ/kg · K]		Presiune [bar]
Lichid Sat. h_f	Evap. h_{fg}	Vapori Sat. h_g	Lichid Sat. s_f	Vapori Sat. s_g	
121.46	2432.9	2554.4	0.4226	8.4746	0.04
151.53	2415.9	2567.4	0.5210	8.3304	0.06
173.88	2403.1	2577.0	0.5926	8.2287	0.08
191.83	2392.8	2584.7	0.6493	8.1502	0.10
251.40	2358.3	2609.7	0.8320	7.9085	0.20
289.23	2336.1	2625.3	0.9439	7.7686	0.30
317.58	2319.2	2636.8	1.0259	7.6700	0.40
340.49	2305.4	2645.9	1.0910	7.5939	0.50
359.86	2293.6	2653.5	1.1453	7.5320	0.60
376.70	2283.3	2660.0	1.1919	7.4797	0.70
391.66	2274.1	2665.8	1.2329	7.4346	0.80
405.15	2265.7	2670.9	1.2695	7.3949	0.90
417.46	2258.0	2675.5	1.3026	7.3594	1.00
467.11	2226.5	2693.6	1.4336	7.2233	1.50
504.70	2201.9	2706.7	1.5301	7.1271	2.00
535.37	2181.5	2716.9	1.6072	7.0527	2.50
561.47	2163.8	2725.3	1.6718	6.9919	3.00
584.33	2148.1	2732.4	1.7275	6.9405	3.50
604.74	2133.8	2738.6	1.7766	6.8959	4.00
623.25	2120.7	2743.9	1.8207	6.8565	4.50
640.23	2108.5	2748.7	1.8607	6.8212	5.00
670.56	2086.3	2756.8	1.9312	6.7600	6.00
697.22	2066.3	2763.5	1.9922	6.7080	7.00
721.11	2048.0	2769.1	2.0462	6.6628	8.00
742.83	2031.1	2773.9	2.0946	6.6226	9.00
762.81	2015.3	2778.1	2.1387	6.5863	10.0
844.84	1947.3	2792.2	2.3150	6.4448	15.0
908.79	1890.7	2799.5	2.4474	6.3409	20.0
962.11	1841.0	2803.1	2.5547	6.2575	25.0
1008.4	1795.7	2804.2	2.6457	6.1869	30.0
1049.8	1753.7	2803.4	2.7253	6.1253	35.0
1087.3	1714.1	2801.4	2.7964	6.0701	40.0
1121.9	1676.4	2798.3	2.8610	6.0199	45.0
1154.2	1640.1	2794.3	2.9202	5.9734	50.0
1213.4	1571.0	2784.3	3.0267	5.8892	60.0

Tabel 10. (*Continuare din pagina anterioară*)

Presiune [bar]	Temp. [°C]	Volum specific [m^3/kg]		Energia internă [kJ/kg]	
		Lichid Sat. v_f x 10^3	Vapori Sat. v_g	Lichid Sat. u_f	Vapori Sat. u_g
70.0	285.9	1.3513	0.02737	1257.6	2580.5
80.0	295.1	1.3842	0.02352	1305.6	2569.8
90.0	303.4	1.4178	0.02048	1350.5	2557.8
100.0	311.1	1.4524	0.01803	1393.0	2544.4
110.0	318.2	1.4886	0.01599	1433.7	2529.8
120.0	324.8	1.5267	0.01426	1473.0	2513.7
130.0	330.9	1.5671	0.01278	1511.1	2496.1
140.0	336.8	1.6107	0.01149	1548.6	2476.8
150.0	342.2	1.6581	0.01034	1585.6	2455.5
160.0	347.4	1.7107	0.009306	1622.7	2431.7
170.0	352.4	1.7702	0.008364	1660.2	2405.0
180.0	357.1	1.8397	0.007489	1698.9	2374.3
190.0	361.5	1.9243	0.006657	1739.9	2338.1
200.0	365.8	2.036	0.005834	1785.6	2293.0
220.9	374.1	3.155	0.003155	2029.6	2029.6

Sursa: Keenan J.H. et al., 1969

Entalpie [kJ/kg]			Entropie [kJ/kg · K]		Presiune [bar]
Lichid Sat. h_f	Evap. h_{fg}	Vapori Sat. h_g	Lichid Sat. s_f	Vapori Sat. s_g	
1267.0	1505.1	2772.1	3.1211	5.8133	70.0
1316.6	1441.3	2758.0	3.2068	5.7432	80.0
1363.3	1378.9	2742.1	3.2858	5.6772	90.0
1407.6	1317.1	2724.7	3.3596	5.6141	100.0
1450.1	1255.5	2705.6	3.4295	5.5527	110.0
1491.3	1193.6	2684.9	3.4962	5.4924	120.0
1531.5	1130.7	2662.2	3.5606	5.4323	130.0
1571.1	1066.5	2637.6	3.6232	5.3717	140.0
1610.5	1000.0	2610.5	3.6848	5.3098	150.0
1650.1	930.6	2580.6	3.7461	5.2455	160.0
1690.3	856.9	2547.2	3.8079	5.1777	170.0
1732.0	777.1	2509.1	3.8715	5.1044	180.0
1776.5	688.0	2464.5	3.9388	5.0228	190.0
1826.3	583.4	2409.7	4.0139	4.9269	200.0
2099.3	0	2099.3	4.4298	4.4298	220.9

Tabel 11. Proprietăţi fizice pentru apă la saturaţie

T [°C]	p_{sat} [kPa]	ρ [kg/m3]		h_{fg} [kJ/kg]	$\mu \times 10^3$ [kg/m · s]	$\mu \times 10^5$
		Lichid	Vapori		Lichid	Vapori
0.01	0.6113	999.8	0.0048	2501	1.792	0.922
5	0.8721	999.9	0.0068	2490	1.519	0.934
10	1.2276	999.7	0.0094	2478	1.307	0.946
15	1.7051	999.1	0.0128	2466	1.138	0.959
20	2.339	998.0	0.0173	2454	1.002	0.973
25	3.169	997.0	0.0231	2442	0.891	0.987
30	4.246	996.0	0.0304	2431	0.798	1.001
35	5.628	994.0	0.0397	2419	0.720	1.016
40	7.384	992.1	0.0512	2407	0.653	1.031
45	9.593	990.1	0.0655	2395	0.596	1.046
50	12.35	988.1	0.0831	2383	0.547	1.062
55	15.76	985.2	0.1045	2371	0.504	1.077
60	19.94	983.3	0.1304	2359	0.467	1.093
65	25.03	980.4	0.1614	2346	0.433	1.110
70	31.19	977.5	0.1983	2334	0.404	1.126
75	38.58	974.7	0.2421	2321	0.378	1.142
80	47.39	971.8	0.2935	2309	0.355	1.159
85	57.83	968.1	0.3536	2296	0.333	1.176
90	70.14	965.3	0.4235	2283	0.315	1.193
95	84.55	961.5	0.5045	2270	0.297	1.210
100	101.33	957.9	0.5978	2257	0.282	1.227
110	143.27	950.6	0.8263	2230	0.255	1.261
120	198.53	943.4	1.121	2203	0.232	1.296
130	270.10	934.6	1.496	2174	0.213	1.330
140	361.30	921.7	1.965	2145	0.197	1.365
150	475.80	916.6	2.546	2114	0.183	1.399
160	617.80	907.4	3.256	2083	0.170	1.434
170	791.70	897.7	4.119	2050	0.160	1.468
180	1002.1	887.3	5.153	2015	0.150	1.502
190	1254.4	876.4	6.388	1979	0.142	1.537
200	1553.8	864.3	7.852	1941	0.134	1.571

(*Continuare pe pagina următoare*)

c_p [kJ/kg · K]		λ [W/mK]		Pr		β x 10^3 [1/K]	T [°C]
Lichid	Vapori	Lichid	Vapori	Lichid	Vapori	Lichid	
4217	1854	0.561	0.0171	13.5	1.00	-0.068	0.01
4205	1857	0.571	0.0173	11.2	1.00	0.015	5
4194	1862	0.580	0.0176	9.45	1.00	0.733	10
4185	1863	0.589	0.0179	8.09	1.00	0.138	15
4182	1867	0.598	0.0182	7.01	1.00	0.195	20
4180	1870	0.607	0.0186	6.14	1.00	0.247	25
4178	1875	0.615	0.0189	5.42	1.00	0.294	30
4178	1880	0.623	0.0192	4.83	1.00	0.337	35
4179	1885	0.631	0.0196	4.32	1.00	0.377	40
4180	1892	0.637	0.0200	3.91	1.00	0.415	45
4181	1900	0.644	0.0204	3.55	1.00	0.451	50
4183	1908	0.649	0.0208	3.25	1.00	0.484	55
4185	1916	0.654	0.0212	2.99	1.00	0.517	60
4187	1926	0.659	0.0216	2.75	1.00	0.548	65
4190	1936	0.663	0.0221	2.55	1.00	0.578	70
4193	1948	0.667	0.0225	2.38	1.00	0.607	75
4197	1962	0.670	0.0230	2.22	1.00	0.653	80
4201	1977	0.673	0.0235	2.08	1.00	0.670	85
4206	1993	0.675	0.0240	1.96	1.00	0.702	90
4212	2010	0.677	0.0246	1.85	1.00	0.716	95
4217	2029	0.679	0.0251	1.75	1.00	0.750	100
4229	2071	0.682	0.0262	1.58	1.00	0.798	110
4244	2120	0.683	0.0275	1.44	1.00	0.858	120
4263	2177	0.684	0.0288	1.33	1.01	0.913	130
4286	2244	0.683	0.0301	1.24	1.02	0.970	140
4311	2314	0.682	0.0316	1.16	1.02	1.025	150
4340	2420	0.680	0.0331	1.09	1.05	1.145	160
4370	2490	0.677	0.0347	1.03	1.05	1.178	170
4410	2590	0.673	0.0364	0.983	1.07	1.210	180
4460	2710	0.669	0.0382	0.947	1.09	1.280	190
4500	2840	0.663	0.0401	0.910	1.11	1.350	200

Tabel 11. (*Continuare din pagina anterioară*)

T [°C]	p_{sat} [kPa]	ρ [kg/m3]		h_{fg} [kJ/kg]	$\mu \times 10^3$ [kg/m · s]	$\mu \times 10^5$
		Lichid	Vapori		Lichid	Vapori
220	2318	840.3	11.60	1859	0.122	1.641
240	3344	813.7	16.73	1767	0.111	1.712
260	4688	783.7	23.69	1663	0.102	1.788
280	6412	750.8	33.15	1544	0.094	1.870
300	8581	713.8	46.15	1405	0.086	1.965
320	11274	667.1	64.57	1239	0.078	2.084
340	14586	610.5	92.62	1028	0.070	2.255
360	18651	528.3	144.0	720	0.060	2.571
374.14	22090	317.0	317.0	0	0.043	4.313

Sursa: Adaptat din Cengel Y., 2003

c_p [kJ/kg · K]		λ [W/mK]		Pr		β x 10[3] [1/K]	T [°C]
Lichid	Vapori	Lichid	Vapori	Lichid	Vapori	Lichid	
4610	3110	0.650	0.0442	0.865	1.15	1.520	220
4760	3520	0.632	0.0487	0.836	1.24	1.720	240
4970	4070	0.609	0.0540	0.832	1.35	2.000	260
5280	4835	0.581	0.0605	0.854	1.49	2.380	280
5750	5980	0.548	0.0695	0.902	1.69	2.950	300
6540	7900	0.509	0.0836	1.000	1.97	—	320
8240	11870	0.469	0.1100	1.230	2.43	—	340
14690	25800	0.427	0.1780	2.060	3.73	—	360
—	—	—	—	—	—	—	374.14

Tabel 12. Proprietăţi pentru vapori supraîncălziţi

T [℃]	p = 0.06 bar = 0.006 MPa (T_{sat} = 36.16 ℃)				p = 0.35 bar = (T_{sat} =	
	v [m³/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]	v [m³/kg]	u [kJ/kg]
Sat	23.739	2425.0	2567.4	8.3304	4.526	2473.0
80	27.132	2487.3	2650.1	8.5804	4.625	2483.7
120	30.219	2544.7	2726.0	8.7840	5.163	2542.4
160	33.302	2602.7	2802.5	8.9693	5.696	2601.2
200	36.383	2661.4	2879.7	9.1398	6.228	2660.4
240	39.462	2721.0	2957.8	9.2982	6.758	2720.3
280	42.540	2781.5	3036.8	9.4464	7.287	2780.9
320	45.618	2843.0	3116.7	9.5859	7.815	2842.5
360	48.696	2905.5	3197.7	9.7180	8.344	2905.1
400	51.774	2969.0	3279.6	9.8435	8.872	2968.6
440	54.851	3033.5	3362.6	9.9633	9.400	3033.2
500	59.467	3132.3	3489.1	10.1336	10.192	3132.1

T [℃]	p = 1.0 bar = 0.10 MPa (T_{sat} = 99.63 ℃)				p = 1.5 bar = (T_{sat} =	
	v [m³/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]	v [m³/kg]	u [kJ/kg]
Sat	1.694	2506.1	2675.5	7.3594	1.159	2519.7
100	1.696	2506.7	2676.2	7.3614	—	—
120	1.793	2537.3	2716.6	7.4668	1.188	2533.3
160	1.984	2597.8	2796.2	7.6597	1.317	2595.2
200	2.172	2658.1	2875.3	7.8343	1.444	2656.2
240	2.359	2718.5	2954.5	7.9949	1.570	2717.2
280	2.546	2779.6	3034.2	8.1445	1.695	2778.6
320	2.732	2841.5	3114.6	8.2849	1.819	2840.6
360	2.917	2904.2	3195.9	8.4175	1.943	2903.5
400	3.103	2967.9	3278.2	8.5435	2.067	2967.3
440	3.288	3032.6	3361.4	8.6636	2.191	3032.1
500	3.565	3131.6	3488.1	8.8342	2.376	3131.2

(*Continuare pe pagina următoare*)

= 0.035 MPa = 72.69 ℃)		p = 0.70 bar = 0.07 MPa (T_{sat} = 89.95 ℃)				T [℃]
h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	v [m³/kg]	u kJ/kg	h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	
2631.4	7.7158	2.365	2494.5	2660.0	7.4797	Sat
2645.6	7.7564	2.434	2509.7	2680.0	7.5341	80
2723.1	7.9644	2.571	2539.7	2719.6	7.6375	120
2800.6	8.1519	2.841	2599.4	2798.2	7.8279	160
2878.4	8.3237	3.108	2659.1	2876.7	8.0012	200
2956.8	8.4828	3.374	2719.3	2955.5	8.1611	240
3036.0	8.6314	3.640	2780.2	3035.0	8.3162	280
3116.1	8.7712	3.905	2842.0	3115.3	8.4504	320
3197.1	8.9034	4.170	2904.6	3196.5	8.5828	360
3279.2	9.0291	4.434	2968.2	3278.6	8.7086	400
3362.2	9.1490	4.698	3032.9	3361.8	8.8286	440
3488.8	9.3194	5.095	3131.8	3488.5	8.9991	500

= 0.15 MPa = 111.37 ℃)		p = 3.0 bar = 0.30 MPa (T_{sat} = 133.55 ℃)				T [℃]
h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	v [m³/kg]	u kJ/kg	h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	
2693.6	7.2233	0.606	2543.6	2725.3	6.9919	Sat
—	—	—	—	—	—	100
2711.4	7.2693	—	—	—	—	120
2792.8	7.4665	0.651	2587.1	2782.3	7.1276	160
2872.9	7.6433	0.716	2650.7	2865.5	7.3115	200
2952.7	7.8052	0.781	2713.1	2947.3	7.4774	240
3032.8	7.9555	0.844	2775.4	3028.6	7.6299	280
3113.5	8.0964	0.907	2838.1	3110.1	7.7722	320
3195.0	8.2293	0.969	2901.4	3192.2	7.9061	360
3277.4	8.3555	1.032	2965.6	3275.0	8.0330	400
3360.7	8.4757	1.094	3030.6	3358.7	8.1538	440
3487.6	8.6466	1.187	3130.0	3486.0	8.3251	500

Tabel 12. (*Continuare din pagina anterioară*)

T [℃]	p = 5.0 bar = 0.50 MPa (Tsat = 151.86 ℃)				p = 7.0 bar = (Tsat =	
	v [m^3/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]	v [m^3/kg]	u [kJ/kg]
Sat	0.3749	2561.2	2748.7	6.8213	0.2729	2572.5
180	0.4045	2609.7	2812.0	6.9656	0.2847	2599.8
200	0.4249	2642.9	2855.4	7.0592	0.2999	2634.8
240	0.4646	2707.6	2939.9	7.2307	0.3292	2701.8
280	0.5034	2771.2	3022.9	7.3865	0.3574	2766.9
320	0.5416	2834.7	3105.6	7.5308	0.3852	2831.3
360	0.5796	2898.7	3188.4	7.6660	0.4126	2895.8
400	0.6173	2963.2	3271.9	7.7938	0.4397	2960.9
440	0.6548	3028.6	3356.0	7.9152	0.4667	3026.6
500	0.7109	3128.4	3483.9	8.0873	0.5070	3126.8
600	0.8041	3299.6	3701.7	8.3522	0.5738	3298.5

T [℃]	p = 15.0 bar = 1.5 MPa (Tsat = 198.32 ℃)				p = 20.0 bar = (Tsat =	
	v [m^3/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]	v [m^3/kg]	u [kJ/kg]
Sat	0.1318	2594.5	2792.2	6.4448	0.0996	2600.3
200	0.1325	2598.1	2796.8	6.4546	—	—
240	0.1483	2676.9	2899.3	6.6628	0.1085	2659.6
280	0.1627	2748.6	2992.7	6.8381	0.1200	2736.4
320	0.1765	2817.1	3081.9	6.9938	0.1308	2807.9
360	0.1899	2884.4	3169.2	7.1363	0.1411	2877.0
400	0.2030	2951.3	3255.8	7.2690	0.1512	2945.2
440	0.2160	3018.5	3342.5	7.3940	0.1611	3013.4
500	0.2352	3120.3	3473.1	7.5698	0.1757	3116.2
540	0.2478	3189.1	3560.9	7.6805	0.1853	3185.6
600	0.2668	3293.9	3694.0	7.8385	0.1996	3290.9
640	0.2793	3364.8	3783.8	7.9391	0.2091	3362.2

(*Continuare pe pagina următoare*)

= 0.70 MPa = 164.97 ℃)		p = 10.0 bar = 1.0 MPa (T_{sat} = 179.91 ℃)				T [℃]
h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	v [m³/kg]	u kJ/kg	h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	
2763.5	6.7080	0.1944	2583.6	2778.1	6.5865	Sat
2799.1	6.7880	—	—	—	—	180
2844.8	6.8865	0.2060	2621.9	2827.9	6.6940	200
2932.2	7.0641	0.2275	2692.9	2920.4	6.8817	240
3017.1	7.2233	0.2480	2760.2	3008.2	7.0465	280
3100.9	7.3697	0.2678	2826.1	3093.9	7.1962	320
3184.7	7.5063	0.2873	2891.6	3178.9	7.3349	360
3268.7	7.6350	0.3066	2957.3	3263.9	7.4651	400
3353.3	7.7571	0.3257	3023.6	3349.3	7.5883	440
3481.7	7.9299	0.3541	3124.4	3478.5	7.7622	500
3700.2	8.1956	0.4011	3296.8	3697.9	8.0290	600

= 2.0 MPa = 212.42 ℃)		p = 30.0 bar = 3.0 MPa (T_{sat} = 233.90 ℃)				T [℃]
h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	v [m³/kg]	u kJ/kg	h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	
2799.5	6.3409	0.0667	2604.1	2804.2	6.1869	Sat
—	—	—	—	—	—	200
2876.5	6.4952	0.0682	2619.7	2824.3	6.2265	240
2976.4	6.6828	0.0771	2709.9	2941.3	6.4462	280
3069.5	6.8452	0.0850	2788.4	3043.4	6.6245	320
3159.3	6.9917	0.0923	2861.7	3138.7	6.7801	360
3247.6	7.1271	0.0994	2932.8	3230.9	6.9212	400
3335.5	7.2540	0.1062	3002.9	3321.5	7.0520	440
3467.6	7.4317	0.1162	3108.0	3456.5	7.2338	500
3556.1	7.5434	0.1227	3178.4	3546.6	7.3474	540
3690.1	7.7024	0.1324	3285.0	3682.3	7.5085	600
3780.4	7.8035	0.1388	3357.0	3773.5	7.6106	640

Tabel 12. (*Continuare din pagina anterioară*)

T [℃]	p = 40 bar = 4.0 MPa (T_{sat} = 250.4 ℃) v [m³/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]	p = 60 bar = (T_{sat} = v [m³/kg]	u [kJ/kg]
Sat	0.04978	2602.3	2801.4	6.0701	0.03244	2589.7
280	0.05546	2680.0	2901.8	6.2568	0.03317	2605.2
320	0.06199	2767.4	3015.4	6.4553	0.03876	2720.0
360	0.06788	2845.7	3117.2	6.6215	0.04331	2811.2
400	0.07341	2919.9	3213.6	6.7690	0.04739	2892.9
440	0.07872	2992.2	3307.1	6.9041	0.05122	2970.0
500	0.08643	3099.5	3445.3	7.0901	0.05665	3082.2
540	0.09145	3171.1	3536.9	7.2056	0.06015	3156.1
600	0.09885	3279.1	3674.4	7.3688	0.06525	3266.9
640	0.1037	3351.8	3766.6	7.4720	0.06859	3341.0
700	0.1110	3462.1	3905.9	7.6198	0.07352	3453.1
740	0.1157	3536.6	3999.6	7.7141	0.07677	3528.3

T [℃]	p = 100 bar = 10.0 MPa (T_{sat} = 311.06 ℃) v [m³/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]	p = 120 bar = (T_{sat} = v [m³/kg]	u [kJ/kg]
Sat	0.01803	2544.4	2724.7	5.6141	0.01426	2513.7
320	0.01925	2588.8	2781.3	5.7103	—	—
360	0.02331	2729.1	2962.1	6.0060	0.01811	2678.4
400	0.02641	2832.4	3096.5	6.2120	0.02108	2798.3
440	0.02911	2922.1	3213.2	6.3805	0.02355	2896.1
480	0.03160	3005.4	3321.4	6.5282	0.02576	2984.4
520	0.03394	3085.6	3425.1	6.6622	0.02781	3068.0
560	0.03619	3164.1	3526.0	6.7864	0.02977	3149.0
600	0.03837	3241.7	3625.3	6.9029	0.03164	3228.7
640	0.04048	3318.9	3723.7	7.0131	0.03345	3307.5
700	0.04358	3434.7	3870.5	7.1687	0.03610	3425.2
740	0.04560	3512.1	3968.1	7.2670	0.03781	3503.7

(*Continuare pe pagina următoare*)

= 6.0 MPa = 275.64 ℃)		p = 80 bar = 8.0 MPa (T_{sat} = 295.06 ℃)				T [℃]
h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	v [m³/kg]	u kJ/kg	h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	
2784.3	5.8892	0.02352	2569.8	2758.0	5.7432	Sat
2804.2	5.9252	—	—	—	—	280
2952.6	6.1846	0.02682	2662.7	2877.2	5.9489	320
3071.1	6.3782	0.03089	2772.7	3019.8	6.1819	360
3177.2	6.5408	0.03432	2863.8	3138.3	6.3634	400
3277.3	6.6853	0.03742	2946.7	3246.1	6.5190	440
3422.2	6.8803	0.04175	3064.3	3398.3	6.7240	500
3517.0	6.9999	0.04448	3140.8	3496.7	6.8481	540
3658.4	7.1677	0.04845	3254.4	3642.0	7.0206	600
3752.6	7.2731	0.05102	3330.1	3738.3	7.1283	640
3894.1	7.4234	0.05481	3443.9	3882.4	7.2812	700
3989.2	7.5190	0.05729	3520.4	3978.7	7.3782	740

= 12.0 MPa = 324.75 ℃)		p = 140 bar = 14.0 MPa (T_{sat} = 336.75 ℃)				T [℃]
h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	v [m³/kg]	u kJ/kg	h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	
2684.9	5.4924	0.01149	2476.8	2637.6	5.3717	Sat
—	—	—	—	—	—	320
2895.7	5.8361	0.01422	2617.4	2816.5	5.6602	360
3051.3	6.0747	0.01722	2760.9	3001.9	5.9448	400
3178.7	6.2586	0.01954	2868.6	3142.2	6.1474	440
3293.5	6.4154	0.02157	2962.5	3264.5	6.3143	480
3401.8	6.5555	0.02343	3049.8	3377.8	6.4610	520
3506.2	6.6840	0.02517	3133.6	3486.0	6.5941	560
3608.3	6.8037	0.02683	3215.4	3591.1	6.7172	600
3709.0	6.9164	0.02843	3296.0	3694.1	6.8326	640
3858.4	7.0749	0.03075	3415.7	3846.2	6.9939	700
3957.4	7.1746	0.03225	3495.2	3946.7	7.0952	740

Tabel 12. (*Continuare din pagina anterioară*)

T [℃]	p = 160 bar = 4.0 MPa (T_{sat} = 347.44 ℃)				p = 180 bar = (T_{sat} =	
	v [m^3/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]	v [m^3/kg]	u [kJ/kg]
Sat	0.00931	2431.7	2580.6	5.2455	0.00749	2374.3
360	0.01105	2539.0	2715.8	5.4614	0.00809	2418.9
400	0.01426	2719.4	2947.6	5.8175	0.01190	2672.8
440	0.01652	2839.4	3103.7	6.0429	0.01414	2808.2
480	0.01842	2939.7	3234.4	6.2215	0.01596	2915.9
520	0.02013	3031.1	3353.3	6.3752	0.01757	3011.8
560	0.02172	3117.8	3465.4	6.5132	0.01904	3101.7
600	0.02323	3201.8	3573.5	6.6399	0.02042	3188.0
640	0.02467	3284.2	3678.9	6.7580	0.02174	3272.3
700	0.02674	3406.0	3833.9	6.9224	0.02362	3396.3
740	0.02808	3486.7	3935.9	7.0251	0.02483	3478.0
800	—	—	—	—	—	—

T [℃]	p = 240 bar = 24.0 MPa				p = 280 bar =	
	v [m^3/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]	v [m^3/kg]	u [kJ/kg]
400	0.00673	2477.8	2639.4	5.2393	0.00383	2223.5
440	0.00929	2700.6	2923.4	5.6506	0.00712	2613.2
480	0.01100	2838.3	3102.3	5.8950	0.00885	2780.8
520	0.01241	2950.5	3248.5	6.0842	0.01020	2906.8
560	0.01366	3051.1	3379.0	6.2448	0.01136	3015.7
600	0.01481	3145.2	3500.7	6.3875	0.01241	3115.6
640	0.01588	3235.5	3616.7	6.5174	0.01338	3210.3
700	0.01739	3366.4	3783.8	6.6947	0.01473	3346.1
740	0.01835	3451.7	3892.1	6.8038	0.01558	3433.9
800	0.01974	3578.0	4051.6	6.9567	0.01680	3563.1
900	—	—	—	—	0.01873	3774.3

Sursa: Keenan J.H. et al., 1969

= 18.0 MPa = 357.06 ℃)		p = 200 bar = 20.0 MPa (T$_{sat}$ = 365.81 ℃)				T [℃]
h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	v [m^3/kg]	u kJ/kg	h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	
2509.1	5.1044	0.00583	2293.0	2409.7	4.9269	Sat
2564.5	5.1922	—	—	—	—	360
2887.0	5.6887	0.00994	2619.3	2818.1	5.5540	400
3062.8	5.9428	0.01222	2774.9	3019.4	5.8450	440
3203.2	6.1345	0.01399	2891.2	3170.8	6.0518	480
3378.0	6.2960	0.01551	2992.0	3302.2	6.2218	520
3444.4	6.4392	0.01689	3085.2	3423.0	6.3705	560
3555.6	6.5696	0.01818	3174.0	3537.6	6.5048	600
3663.6	6.6905	0.01940	3260.2	3648.1	6.6286	640
3821.5	6.8580	0.02113	3386.4	3809.0	6.7993	700
3925.0	6.9623	0.02224	3469.3	3914.1	6.9052	740
—	—	0.02385	3592.7	4069.7	7.0544	800

= 28.0 MPa		p = 320 bar = 32.0 MPa				T [℃]
h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	v [m^3/kg]	u kJ/kg	h kJ/kg	s [kJ/kg · K]	
2330.7	4.7494	0.00236	1980.4	2055.9	4.3239	400
2812.6	5.4494	0.00544	2509.0	2683.0	5.2327	440
3028.5	5.7446	0.00722	2718.1	2949.2	5.5968	480
3192.3	5.9566	0.00853	2860.7	3133.7	5.8357	520
3333.7	6.1307	0.00963	2979.0	3287.2	6.0246	560
3463.0	6.2823	0.01061	3085.3	3424.6	6.1858	600
3584.8	6.4187	0.01150	3184.5	3552.5	6.3290	640
3758.4	6.6029	0.01273	3325.4	3732.8	6.5203	700
3870.0	6.7153	0.01350	3415.9	3847.8	6.6361	740
4033.4	6.8720	0.01460	3548.0	4015.1	6.7966	800
4298.8	7.1084	0.01633	3762.7	4285.1	7.0372	900

Tabel 13. Proprietăţi pentru apă la presiuni mari

T [℃]	p = 25 bar = 2.5 MPa (T_{sat} = 223.99 ℃)				p = 50 bar = 5.0 MPa (T_{sat} = 263.99 ℃)			
	v [m³/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]	v [m³/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]
20	1.0006	83.80	86.30	0.2961	0.9995	83.65	88.65	0.2956
40	1.0067	167.25	169.77	0.5715	1.0056	166.95	171.97	0.5705
80	1.0280	334.29	336.86	1.0737	1.0268	333.72	338.85	1.0720
100	1.0423	418.24	420.85	1.3050	1.0410	417.52	422.72	1.3030
140	1.0784	587.82	590.52	1.7369	1.0768	586.76	592.15	1.7343
180	1.1261	761.16	763.97	2.1375	1.1240	759.63	765.25	2.1341
200	1.1555	849.90	852.80	2.3294	1.1530	848.10	853.90	2.3255
220	1.1898	940.70	943.70	2.5174	1.1866	938.40	944.40	2.5128
Sat.	1.1973	959.10	962.10	2.5546	1.2859	1147.80	1154.20	2.9202

T [℃]	p = 75 bar = 7.5 MPa (T_{sat} = 290.59 ℃)				p = 100 bar = 10.0 MPa (T_{sat} = 311.06 ℃)			
	v [m³/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]	v [m³/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]
20	0.9984	83.50	90.99	0.2950	0.9972	83.36	93.33	0.2945
40	1.0045	166.64	174.18	0.5696	1.0034	166.35	176.38	0.5686
80	1.0256	333.15	340.84	1.0704	1.0245	332.59	342.83	1.0688
100	1.0397	416.81	424.62	1.3011	1.0385	416.12	426.50	1.2992
140	1.0752	585.72	593.78	1.7317	1.0737	584.68	595.42	1.7292
180	1.1219	758.13	766.55	2.1308	1.1199	756.65	767.84	2.1275
220	1.1835	936.20	945.10	2.5083	1.1805	934.10	945.90	2.5039
260	1.2696	1124.40	1134.00	2.8763	1.2645	1121.10	1133.70	2.8699
Sat.	1.3677	1282.00	1292.20	3.1649	1.4524	1393.00	1407.60	3.3596

(*Continuare pe pagina următoare*)

Tabel 13. (*Continuare din pagina anterioară*)

T [℃]	p = 150 bar = 15.0 MPa (T_{sat} = 342.24 ℃)				p = 200 bar = 20.0 MPa (T_{sat} = 365.81 ℃)			
	v [m^3/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]	v [m^3/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]
20	0.9950	83.06	97.99	0.2934	0.9928	82.77	102.62	0.2923
40	1.0013	165.76	180.78	0.5666	0.9992	165.17	185.16	0.5646
80	1.0222	331.48	346.81	1.0656	1.0199	330.40	350.80	1.0624
100	1.0361	414.74	430.28	1.2955	1.0337	413.39	434.06	1.2917
140	1.0707	582.66	598.72	1.7242	1.0678	580.69	602.04	1.7193
180	1.1159	753.76	770.50	2.1210	1.1120	750.95	773.20	2.1147
220	1.1748	929.90	947.50	2.4953	1.1693	925.90	949.30	2.4870
260	1.2550	1114.60	1133.40	2.8576	1.2462	1108.60	1133.50	2.8459
300	1.3770	1316.60	1337.30	3.2260	1.3596	1306.10	1333.30	3.2071
Sat.	1.6581	1585.60	1610.50	3.6848	2.036	1785.60	1826.30	4.0139

T [℃]	p = 250 bar = 25.0 MPa				p = 300 bar = 30.0 MPa			
	v [m^3/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]	v [m^3/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]
20	0.9907	82.47	107.24	0.2911	0.9886	82.17	111.84	0.2899
40	0.9971	164.60	189.52	0.5626	0.9951	164.04	193.89	0.5607
100	1.0313	412.08	437.85	1.2881	1.0290	410.78	441.66	1.2844
200	1.1344	834.50	862.80	2.2961	1.1302	831.40	865.30	2.2893
300	1.3442	1296.60	1330.20	3.1900	1.3304	1287.90	1327.80	3.1741

Sursa: Keenan J.H. et al., 1969

Tabel 14. Densitatea şi vâscozitatea apei la 1 atm

T [°C]	ρ [kg/m³]	μ x 10³ [Ns/m²]	ν x 10⁶ [m²/s]
0	1000	1.788	1.788
10	1000	1.307	1.307
20	998	1.003	1.005
30	996	0.799	0.802
40	992	0.657	0.662
50	988	0.548	0.555
60	983	0.467	0.475
70	978	0.405	0.414
80	972	0.355	0.365
90	965	0.316	0.327
100	958	0.283	0.295

Curbe de regresie liniară sugerate pentru apă în domeniul $0 \le T \le 100$°C:

$$\rho\left[kg/m^3\right] \approx 1000 - 0.0178\left(T\left[°C\right] - 4\left[°C\right]\right)^{1.7} \pm 0.2\%$$

$$\ln\frac{\mu}{\mu_0} \approx -1.704 - 5.306 \cdot z + 7.003 \cdot z^2$$

$$z = \frac{273[K]}{T[K]}$$

$$\mu_0 = 1.788 \cdot 10^{-3} [kg/ms]$$

Sursa: Adaptat din White F.M., 1998

Tabel 15. Proprietăţi pentru lichide uzuale la 1 atm şi 20°C

Lichid	ρ [kg/m³]	μ [kg/m · s]	Tensiune superficială Y, [N/m]	p_v [N/m²]	Modul de elasticitate [N/m²]	Parametru vâscozitate C
Amoniac	608	2.20 E-4	2.13 E-2	9.10 E+5	—	1.05
Benzen	881	6.51 E-4	2.88 E-2	1.01 E+4	1.40 E+9	4.34
Carbon - tetraclorură	1590	9.67 E-4	2.70 E-2	1.20 E+4	9.65 E+8	4.45
Etanol	789	1.20 E-3	2.28 E-2	5.70 E+3	9.00 E+8	5.72
Etilen glicol	1117	2.14 E-2	4.84 E-2	1.20 E+1	—	11.7
Freon 12	1327	2.62 E-4	—	—	—	1.76
Gazolină	680	2.92 E-4	2.16 E-2	5.51 E+4	9.58 E+8	3.68
Glicerină	1260	1.49	6.33 E-2	1.40 E-2	4.34 E+9	28.0
Kerosen	804	1.92 E-3	2.80 E-2	3.11 E+3	1.60 E+9	5.56
Mercur	13550	1.56 E-3	4.84 E-1	1.10 E-3	2.55 E+10	1.07
Metanol	791	5.98 E-4	2.25 E-2	1.34 E+4	8.30 E+8	4.63
Ulei SAE 10W	870	1.04 E-1	3.60 E-2	—	1.31 E+9	15.7
Ulei SAE 10W30	876	1.70 E-1	—	—	—	14.0
Ulei SAE 30W	891	2.90 E-1	3.50 E-2	—	1.38 E+9	18.3
Ulei SAE 50W	902	8.60 E-1	—	—	—	20.2
Apă	998	1.00 E-3	7.28 E-2	2.34 E+3	2.19 E+9	Tabel 14
Apă de mare (30%)	1025	1.07 E-3	7.28 E-2	2.34 E+3	2.33 E+9	7.28

Sursa: Adaptat din White F.M., 1998

Tabel 16. Proprietăţi fizice pentru lichide

T [°C]	ρ [kg/m³]	c_p [kJ/kg · K]	λ [W/mK]	a [m²/s]	μ [kg/m · s]	ν [m²/s]	Pr [-]	β [1/K]
				Metan [CH_4]				
-160	420.2	3492	0.1863	1.270 E-7	1.133 E-4	2.699 E-7	2.126	0.00352
-150	405.0	3580	0.1703	1.174 E-7	9.169 E-5	2.264 E-7	1.927	0.00391
-140	388.8	3700	0.1550	1.077 E-7	7.551 E-5	1.942 E-7	1.803	0.00444
-130	371.1	3875	0.1402	9.749 E-8	6.288 E-5	1.694 E-7	1.738	0.00520
-120	351.4	4146	0.1258	8.634 E-8	5.257 E-5	1.496 E-7	1.732	0.00637
-110	328.8	4611	0.1115	7.356 E-8	4.377 E-5	1.331 E-7	1.810	0.00841
-100	301.0	5578	0.0967	5.761 E-8	3.577 E-5	1.188 E-7	2.063	0.01282
-90	261.7	8902	0.0797	3.423 E-8	2.761 E-5	1.055 E-7	3.082	0.02922
				Metanol [$CH_3(OH)$]				
20	788.4	2515	0.1987	1.002 E-7	5.857 E-4	7.429 E-7	7.414	0.00118
30	779.1	2577	0.1980	9.862 E-8	5.088 E-4	6.531 E-7	6.622	0.00120
40	769.6	2644	0.1972	9.690 E-8	4.460 E-4	5.795 E-7	5.980	0.00123
50	760.1	2718	0.1965	9.509 E-8	3.942 E-4	5.185 E-7	5.453	0.00127
60	750.4	2798	0.1957	9.320 E-8	3.510 E-4	4.677 E-7	5.018	0.00132
70	740.4	2885	0.1950	9.128 E-8	3.146 E-4	4.250 E-7	4.655	0.00137
				Izobutan (R600a)				
-100	683.8	1881	0.1383	1.075 E-7	9.305 E-4	1.360 E-6	12.650	0.00142
-75	659.3	1970	0.1357	1.044 E-7	5.624 E-4	8.531 E-7	8.167	0.00150
-50	634.3	2069	0.1283	9.773 E-8	3.769 E-4	5.942 E-7	6.079	0.00161
-25	608.2	2180	0.1181	8.906 E-8	2.688 E-4	4.420 E-7	4.963	0.00177
0	580.6	2306	0.1068	7.974 E-8	1.993 E-4	3.432 E-7	4.304	0.00199
25	550.7	2455	0.0956	7.069 E-8	1.510 E-4	2.743 E-7	3.880	0.00232
50	517.3	2640	0.0851	6.233 E-8	1.155 E-4	2.233 E-7	3.582	0.00286
75	478.5	2896	0.0757	5.460 E-8	8.785 E-5	1.836 E-7	3.363	0.00385
100	429.6	3361	0.0669	4.634 E-8	6.483 E-5	1.509 E-7	3.256	0.00628

(*Continuare pe pagina următoare*)

Tabel 16. (*Continuare din pagina anterioară*)

T [°C]	ρ [kg/m³]	c_p [kJ/kg · K]	λ [W/mK]	a [m²/s]	μ [kg/m · s]	ν [m²/s]	Pr [-]	β [1/K]
Glicerină								
0	1276	2262	0.2820	9.773 E-8	10.4900	8.219 E-3	84101	—
5	1273	2288	0.2835	9.732 E-8	6.7300	5.287 E-3	54327	—
10	1270	2320	0.2846	9.662 E-8	4.2410	3.339 E-3	34561	—
15	1267	2354	0.2856	9.576 E-8	2.4960	1.970 E-3	20570	—
20	1264	2386	0.2860	9.484 E-8	1.5190	1.201 E-3	12671	—
25	1261	2416	0.2860	9.388 E-8	0.9934	7.878 E-4	8392	—
30	1258	2447	0.2860	9.291 E-8	0.6582	5.232 E-4	5631	—
35	1255	2478	0.2860	9.195 E-8	0.4347	3.464 E-4	3767	—
40	1252	2513	0.2863	9.101 E-8	0.3073	2.455 E-4	2697	—
Ulei de motor (ne-uzat)								
0	899.0	1797	0.1469	9.097 E-8	3.814000	4.242 E-3	46636	0.00070
20	888.1	1881	0.1450	8.680 E-8	0.837400	9.429 E-4	10863	0.00070
40	876.0	1964	0.1444	8.391 E-8	0.217700	2.485 E-4	2962	0.00070
60	863.9	2048	0.1404	7.934 E-8	0.073990	8.565 E-5	1080	0.00070
80	852.0	2132	0.1380	7.599 E-8	0.032320	3.794 E-5	499.3	0.00070
100	840.0	2220	0.1367	7.330 E-8	0.017180	2.046 E-5	279.1	0.00070
120	828.9	2308	0.1347	7.042 E-8	0.010290	1.241 E-5	176.3	0.00070
140	816.8	2395	0.1330	6.798 E-8	0.006558	8.029 E-6	118.1	0.00070
150	810.3	2441	0.1327	6.708 E-8	0.005344	6.595 E-6	98.31	0.00070

Sursa: Adaptat din Cengel Y., 2003

Tabel 17. Proprietăţi fizice pentru metale lichide

T [°C]	ρ [kg/m³]	c_p [kJ/kg · K]	λ [W/mK]	a [m²/s]	μ [kg/m · s]	ν [m²/s]	Pr [-]	β x 10^4 [1/K]
Mercur (Hg) Punct de topire: -39 °C								
0	13595	140.4	8.1820	4.287 E-6	1.687 E-3	1.241 E-7	0.0289	1.810
25	13534	139.4	8.5153	4.514 E-6	1.534 E-3	1.133 E-7	0.0251	1.810
50	13473	138.6	8.8363	4.734 E-6	1.423 E-3	1.056 E-7	0.0223	1.810
75	13412	137.8	9.1563	4.956 E-6	1.316 E-3	9.819 E-8	0.0198	1.810
100	13351	137.1	9.4671	5.170 E-6	1.245 E-3	9.326 E-8	0.0180	1.810
150	13231	136.1	10.0778	5.595 E-6	1.126 E-3	8.514 E-8	0.0152	1.810
200	13112	135.5	10.6546	5.996 E-6	1.043 E-3	7.959 E-8	0.0133	1.815
250	12993	135.3	11.1815	6.363 E-6	9.820 E-4	7.558 E-8	0.0119	1.829
300	12873	135.3	11.6815	6.705 E-6	9.336 E-4	7.252 E-8	0.0108	1.854
Bismut (Bi) Punct de topire: 271°C								
350	9969	146.0	16.28	1.118 E-5	1.540 E-3	1.545 E-7	0.01381	—
400	9908	148.2	16.10	1.096 E-5	1.422 E-3	1.436 E-7	0.01310	—
500	9785	152.8	15.74	1.052 E-5	1.188 E-3	1.215 E-7	0.01154	—
600	9663	157.3	15.60	1.026 E-5	1.013 E-3	1.048 E-7	0.01022	—
700	9540	161.8	15.60	1.010 E-5	8.736 E-4	9.157 E-8	0.00906	—
Plumb (Pb) Punct de topire: 327°C								
400	10506	158	15.97	9.623 E-6	2.277 E-3	2.167 E-7	0.02252	—
450	10449	156	15.74	9.649 E-6	2.065 E-3	1.976 E-7	0.02048	—
500	10390	155	15.54	9.651 E-6	1.884 E-3	1.814 E-7	0.01879	—
550	10329	155	15.39	9.610 E-6	1.758 E-3	1.702 E-7	0.01771	—
600	10267	155	15.23	9.568 E-6	1.632 E-3	1.589 E-7	0.01661	—
650	10206	155	15.07	9.526 E-6	1.505 E-3	1.475 E-7	0.01549	—
700	10145	155	14.91	9.483 E-6	1.379 E-3	1.360 E-7	0.01434	—
Sodiu (Na) Punct de topire: 98°C								
100	927.3	1378	85.84	6.718 E-5	6.892 E-4	7.432 E-7	0.01106	—
200	902.5	1349	80.84	6.639 E-5	5.385 E-4	5.967 E-7	0.008987	—
300	877.8	1320	75.84	6.544 E-5	3.878 E-4	4.418 E-7	0.006751	—
400	853.0	1296	71.20	6.437 E-5	2.720 E-4	3.188 E-7	0.004953	—
500	828.5	1284	67.41	6.335 E-5	2.411 E-4	2.909 E-7	0.004593	—
600	804.0	1272	63.63	6.220 E-5	2.101 E-4	2.614 E-7	0.004202	—

(*Continuare pe pagina următoare*)

Tabel 17. (*Continuare din pagina anterioară*)

T [°C]	ρ [kg/m³]	c_p [kJ/kg · K]	λ [W/mK]	a [m²/s]	μ [kg/m · s]	ν [m²/s]	Pr [-]	β x 10^3 [1/K]
Potasiu (K) Punct de topire: 64°C								
200	795.2	790.8	43.99	6.995 E-5	3.350 E-4	4.213 E-7	0.006023	—
300	771.6	772.8	42.01	7.045 E-5	2.667 E-4	3.456 E-7	0.004906	—
400	748.0	754.8	40.03	7.090 E-5	1.984 E-4	2.652 E-7	0.003740	—
500	723.9	750.0	37.81	6.964 E-5	1.668 E-4	2.304 E-7	0.003309	—
600	699.6	750.0	35.50	6.765 E-5	1.487 E-4	2.126 E-7	0.003143	—
Sodiu-Potasiu (%22Na-%78K) Punct de topire: -11°C								
100	847.3	944.4	25.64	3.205 E-5	5.707 E-4	6.736 E-7	0.02102	—
200	823.2	922.5	26.27	3.459 E-5	4.587 E-4	5.572 E-7	0.01611	—
300	799.1	900.6	26.89	3.736 E-5	3.467 E-4	4.339 E-7	0.01161	—
400	775.0	879.0	27.50	4.037 E-5	2.357 E-4	3.041 E-7	0.00753	—
500	751.5	880.1	27.89	4.217 E-5	2.108 E-4	2.805 E-7	0.00665	—
600	728.0	881.2	28.28	4.408 E-5	1.859 E-4	2.553 E-7	0.00579	—

Sursa: Adaptat din Cengel Y., 2003

Tabel 18. Proprietăţile aerului – gaz ideal

T [K]	h [kJ/kg]	u [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]	când $\Delta s = 0$	
				p_r	v_r
200	199.97	142.56	1.29559	0.3363	1707
210	209.97	149.69	1.34444	0.3987	1512
220	219.97	156.82	1.39105	0.4690	1346
230	230.02	164.00	1.43557	0.5477	1205
240	240.02	171.13	1.47824	0.6355	1084
250	250.05	178.28	1.51917	0.7329	979.0
260	260.09	185.45	1.55848	0.8405	887.8
270	270.11	192.60	1.59634	0.9590	808.0
280	280.13	199.75	1.63279	1.0889	738.0
285	285.14	203.33	1.65055	1.1584	706.1
290	290.16	206.91	1.66802	1.2311	676.1
295	295.17	210.49	1.68515	1.3068	647.9
300	300.19	214.07	1.70203	1.3860	621.2
305	305.22	217.67	1.71865	1.4686	596.0
310	310.24	221.25	1.73498	1.5546	572.3
315	315.27	224.85	1.75106	1.6442	549.8
320	320.29	228.42	1.76690	1.7375	528.6
325	325.31	232.02	1.78249	1.8345	508.4
330	330.34	235.61	1.79783	1.9352	489.4
340	340.42	242.82	1.82790	2.1490	454.1
350	350.49	250.02	1.85708	2.3790	422.2
360	360.58	257.24	1.88543	2.6260	393.4
370	370.67	264.46	1.91313	2.8920	367.2
380	380.77	271.69	1.94001	3.1760	343.4
390	390.88	278.93	1.96633	3.4810	321.5
400	400.98	286.16	1.99194	3.8060	301.6
410	411.12	293.43	2.01699	4.1530	283.3
420	421.26	300.69	2.04142	4.5220	266.6
430	431.43	307.99	2.06533	4.9150	251.1
440	441.61	315.30	2.08870	5.3320	236.8

(*Continuare pe pagina următoare*)

Tabel 18. (*Continuare din pagina anterioară*)

T	h	u	s	când $\Delta s = 0$	
[K]	[kJ/kg]	[kJ/kg]	[kJ/kg · K]	p_r	v_r
450	451.80	322.62	2.11161	5.775	223.6
460	462.02	329.97	2.13407	6.245	211.4
470	472.24	337.32	2.15604	6.742	200.1
480	482.49	344.70	2.17760	7.268	189.5
490	492.74	352.08	2.19876	7.824	179.7
500	503.02	359.49	2.21952	8.411	170.6
510	513.32	366.92	2.23993	9.031	162.1
520	523.63	374.36	2.25997	9.684	154.1
530	533.98	381.84	2.27967	10.37	146.7
540	544.35	389.34	2.29906	11.10	139.7
550	554.74	396.86	2.31809	11.86	133.1
560	565.17	404.42	2.33685	12.66	127.0
570	575.59	411.97	2.35531	13.50	121.2
580	586.04	419.55	2.37348	14.38	115.7
590	596.52	427.15	2.39140	15.31	110.6
600	607.02	434.78	2.40902	16.28	105.8
610	617.53	442.42	2.42644	17.30	101.2
620	628.07	450.09	2.44356	18.36	96.92
630	638.63	457.78	2.46048	19.84	92.84
640	649.22	465.50	2.47716	20.64	88.99
650	659.84	473.25	2.49364	21.86	85.34
660	670.47	481.01	2.50985	23.13	81.89
670	681.14	488.81	2.52589	24.46	78.61
680	691.82	496.62	2.54175	25.85	75.50
690	702.52	504.45	2.55731	27.29	72.56
700	713.27	512.33	2.57277	28.80	69.76
710	724.04	520.23	2.5881	30.38	67.07
720	734.82	528.14	2.60319	32.02	64.53
730	745.62	536.07	2.61803	33.72	62.13
740	756.44	544.02	2.63280	35.50	59.82

(*Continuare pe pagina următoare*)

Tabel 18. (*Continuare din pagina anterioară*)

T	h	u	s	când $\Delta s = 0$	
[K]	[kJ/kg]	[kJ/kg]	[kJ/kg · K]	p_r	v_r
750	767.29	551.99	2.64737	37.35	57.63
760	778.18	560.01	2.66176	39.27	55.54
770	789.11	568.07	2.67595	41.31	53.39
780	800.03	576.12	2.69013	43.35	51.64
790	810.99	584.21	2.70400	45.55	49.86
800	821.95	592.30	2.71787	47.75	48.08
820	843.98	608.59	2.74504	52.59	44.84
840	866.08	624.95	2.77170	57.60	41.85
860	888.27	641.40	2.79783	63.09	39.12
880	910.56	657.95	2.82344	68.98	36.61
900	932.93	674.58	2.84856	75.29	34.31
920	955.38	691.28	2.87324	82.05	32.18
940	977.92	708.08	2.89748	89.28	30.22
960	1000.55	725.02	2.92128	97.00	28.40
980	1023.25	741.98	2.94468	105.2	26.73
1000	1046.04	758.94	2.96770	114.0	25.17
1020	1068.89	776.10	2.99034	123.4	23.72
1040	1091.85	793.36	3.01260	133.3	22.39
1060	1114.86	810.62	3.03449	143.9	21.14
1080	1137.89	827.88	3.05608	155.2	19.98
1100	1161.07	845.33	3.07732	167.1	18.896
1120	1184.28	862.79	3.09825	179.7	17.886
1140	1207.57	880.35	3.11883	193.1	16.946
1160	1230.92	897.91	3.13916	207.2	16.064
1180	1254.34	915.57	3.15916	222.2	15.241
1200	1277.79	933.33	3.17888	238.0	14.470
1220	1301.31	951.09	3.19834	254.7	13.747
1240	1324.93	968.95	3.21751	272.3	13.069
1260	1348.55	986.90	3.23638	290.8	12.435
1280	1372.24	1004.76	3.25510	310.4	11.835

(*Continuare pe pagina următoare*)

Tabel 18. (*Continuare din pagina anterioară*)

T [K]	h [kJ/kg]	u [kJ/kg]	s [kJ/kg · K]	când $\Delta s = 0$ p_r	v_r
1300	1395.97	1022.82	3.27345	330.9	11.275
1320	1419.76	1040.88	3.29160	352.5	10.747
1340	1443.60	1058.94	3.30959	375.3	10.247
1360	1467.49	1077.10	3.32724	399.1	9.780
1380	1491.44	1095.26	3.34474	424.2	9.337
1400	1515.42	1113.52	3.36200	450.5	8.919
1420	1539.44	1131.77	3.37901	478.0	8.526
1440	1563.51	1150.13	3.39586	506.9	8.153
1460	1587.63	1168.49	3.41247	537.1	7.801
1480	1611.79	1186.95	3.42892	568.8	7.468
1500	1635.97	1205.41	3.44516	601.9	7.152
1520	1660.23	1223.87	3.46120	636.5	6.854
1540	1684.51	1242.43	3.47712	672.8	6.569
1560	1708.82	1260.99	3.49276	710.5	6.301
1580	1733.17	1279.65	3.50829	750.0	6.046
1600	1757.57	1298.30	3.52364	791.2	5.804
1620	1782.00	1316.96	3.53879	834.1	5.574
1640	1806.46	1335.72	3.55381	878.9	5.355
1660	1830.96	1354.48	3.56867	925.6	5.147
1680	1855.50	1373.24	3.58335	974.2	4.949
1700	1880.1	1392.7	3.5979	1025	4.761
1750	1941.6	1439.8	3.6336	1161	4.328
1800	2003.3	1487.2	3.6684	1310	3.944
1850	2065.3	1534.9	3.7023	1475	3.601
1900	2127.4	1582.6	3.7354	1655	3.295
1950	2189.7	1630.6	3.7677	1852	3.022
2000	2252.1	1678.7	3.7994	2068	2.776
2050	2314.6	1726.8	3.8303	2303	2.555
2100	2377.4	1775.3	3.8605	2559	2.356
2150	2440.3	1823.8	3.8901	2837	2.175
2200	2503.2	1872.4	3.9191	3138	2.012
2250	2566.4	1921.3	3.9474	3464	1.864

Sursa: Adaptat din Keenan J.H., Kaye J., 1945

Tabel 19. Proprietăţile aerului la 1 atm

T [°C]	ρ [kg/m³]	c_p [kJ/kg · K]	λ [W/mK]	a [m²/s]	μ [kg/m · s]	ν [m²/s]	Pr [-]
-150	2.866	983	0.01171	4.158 E-6	8.636 E-6	3.013 E-6	0.7246
-100	2.038	966	0.01582	8.036 E-6	1.189 E-6	5.837 E-6	0.7263
-50	1.582	999	0.01979	1.252 E-5	1.474 E-5	9.319 E-6	0.7440
-40	1.514	1002	0.02057	1.356 E-5	1.527 E-5	1.008 E-5	0.7436
-30	1.451	1004	0.02134	1.465 E-5	1.579 E-5	1.087 E-5	0.7425
-20	1.394	1005	0.02211	1.578 E-5	1.630 E-5	1.169 E-5	0.7408
-10	1.341	1006	0.02288	1.696 E-5	1.680 E-5	1.252 E-5	0.7387
0	1.292	1006	0.02364	1.818 E-5	1.729 E-5	1.338 E-5	0.7362
5	1.269	1006	0.02401	1.880 E-5	1.754 E-5	1.382 E-5	0.7350
10	1.246	1006	0.02439	1.944 E-5	1.778 E-5	1.426 E-5	0.7336
15	1.225	1007	0.02476	2.009 E-5	1.802 E-5	1.470 E-5	0.7323
20	1.204	1007	0.02514	2.074 E-5	1.825 E-5	1.516 E-5	0.7309
25	1.184	1007	0.02551	2.141 E-5	1.849 E-5	1.562 E-5	0.7296
30	1.164	1007	0.02588	2.208 E-5	1.872 E-5	1.608 E-5	0.7282
35	1.145	1007	0.02625	2.277 E-5	1.895 E-5	1.655 E-5	0.7268
40	1.127	1007	0.02662	2.346 E-5	1.918 E-5	1.702 E-5	0.7255
45	1.109	1007	0.02699	2.416 E-5	1.941 E-5	1.750 E-5	0.7241
50	1.092	1007	0.02735	2.487 E-5	1.963 E-5	1.798 E-5	0.7228
60	1.059	1007	0.02808	2.632 E-5	2.008 E-5	1.896 E-5	0.7202
70	1.028	1007	0.02881	2.780 E-5	2.052 E-5	1.995 E-5	0.7177
80	0.9994	1008	0.02953	2.931 E-5	2.096 E-5	2.097 E-5	0.7154
90	0.9718	1008	0.03024	3.086 E-5	2.139 E-5	2.201 E-5	0.7132
100	0.9458	1009	0.03095	3.243 E-5	2.181 E-5	2.306 E-5	0.7111
120	0.8977	1011	0.03235	3.565 E-5	2.264 E-5	2.522 E-5	0.7073
140	0.8542	1013	0.03374	3.898 E-5	2.345 E-5	2.745 E-5	0.7041
160	0.8148	1016	0.03511	4.241 E-5	2.420 E-5	2.975 E-5	0.7014
180	0.7788	1019	0.03646	4.593 E-5	2.504 E-5	3.212 E-5	0.6992
200	0.7459	1023	0.03779	4.954 E-5	2.577 E-5	3.455 E-5	0.6974
250	0.6746	1033	0.04104	5.890 E-5	2.760 E-5	4.091 E-5	0.6946
300	0.6158	1044	0.04418	6.871 E-5	2.934 E-5	4.765 E-5	0.6935

(*Continuare pe pagina următoare*)

Tabel 19. (*Continuare din pagina anterioară*)

T [°C]	ρ [kg/m³]	c_p [kJ/kg · K]	λ [W/mK]	a [m²/s]	μ [kg/m · s]	ν [m²/s]	Pr [-]
350	0.5664	1056	0.04721	7.892 E-5	3.101 E-5	5.475 E-5	0.6937
400	0.5243	1069	0.05015	8.951 E-5	3.261 E-5	6.219 E-5	0.6948
450	0.4880	1081	0.05298	1.004 E-4	3.415 E-5	6.997 E-5	0.6965
500	0.4565	1093	0.05572	1.117 E-4	3.563 E-5	7.806 E-5	0.6986
600	0.4042	1115	0.06093	1.352 E-4	3.846 E-5	9.515 E-5	0.7037
700	0.3627	1135	0.06581	1.598 E-4	4.111 E-5	1.133 E-4	0.7092
800	0.3289	1153	0.07037	1.855 E-4	4.362 E-5	1.326 E-4	0.7149
900	0.3008	1169	0.07465	2.122 E-4	4.600 E-5	1.529 E-4	0.7206
1000	0.2772	1184	0.07868	2.398 E-4	4.826 E-5	1.741 E-4	0.7260
1500	0.1990	1234	0.09599	3.908 E-4	5.817 E-5	2.922 E-4	0.7478
2000	0.1553	1264	0.11113	5.664 E-4	6.630 E-5	4.270 E-4	0.7539

Sursa: Adaptat din Cengel Y., 2003

Tabel 20. Proprietăţile aerului la altitudine mare

z [m]	T [°C]	p [kPa]	g [m/s²]	c [m/s]	ρ [kg/m³]	μ [kg/m · s]	λ [W/m · K]
0	15.00	101.33	9.807	340.3	1.225	1.789 E-5	0.0253
200	13.70	98.95	9.806	339.5	1.202	1.783 E-5	0.0252
400	12.40	96.61	9.805	338.8	1.179	1.777 E-5	0.0252
600	11.10	94.32	9.805	338.0	1.156	1.771 E-5	0.0251
800	9.80	92.08	9.804	337.2	1.134	1.764 E-5	0.0250
1000	8.50	89.88	9.804	336.4	1.112	1.758 E-5	0.0249
1200	7.20	87.72	9.803	335.7	1.090	1.752 E-5	0.0248
1400	5.90	85.60	9.802	334.9	1.069	1.745 E-5	0.0247
1600	4.60	83.53	9.802	334.1	1.048	1.739 E-5	0.0245
1800	3.30	81.49	9.801	333.3	1.027	1.732 E-5	0.0244
2000	2.00	79.50	9.800	332.5	1.007	1.726 E-5	0.0243
2200	0.70	77.55	9.800	331.7	0.987	1.720 E-5	0.0242
2400	-0.59	75.63	9.799	331.0	0.967	1.713 E-5	0.0241
2600	-1.89	73.76	9.799	330.2	0.947	1.707 E-5	0.0240
2800	-3.19	71.92	9.798	329.4	0.928	1.700 E-5	0.0239
3000	-4.49	70.12	9.797	328.6	0.909	1.694 E-5	0.0238
3200	-5.79	68.36	9.797	327.8	0.891	1.687 E-5	0.0237
3400	-7.09	66.63	9.796	327.0	0.872	1.681 E-5	0.0236
3600	-8.39	64.94	9.796	326.2	0.854	1.674 E-5	0.0235
3800	-9.69	63.28	9.795	325.4	0.837	1.668 E-5	0.0234
4000	-10.98	61.66	9.794	324.6	0.819	1.661 E-5	0.0233
4200	-12.3	60.07	9.794	323.8	0.802	1.655 E-5	0.0232
4400	-13.6	58.52	9.793	323.0	0.785	1.648 E-5	0.0231
4600	-14.9	57.00	9.793	322.2	0.769	1.642 E-5	0.0230
4800	-16.2	55.51	9.792	321.4	0.752	1.635 E-5	0.0229
5000	-17.5	54.05	9.791	320.5	0.736	1.628 E-5	0.0228
5200	-18.8	52.62	9.791	319.7	0.721	1.622 E-5	0.0227
5400	-20.1	51.23	9.790	318.9	0.705	1.615 E-5	0.0226
5600	-21.4	49.86	9.789	318.1	0.690	1.608 E-5	0.0224
5800	-22.7	48.52	9.785	317.3	0.675	1.602 E-5	0.0223

(*Continuare pe pagina următoare*)

Tabel 20. (*Continuare din pagina anterioară*)

z [m]	T [°C]	p [kPa]	g [m/s²]	c [m/s]	ρ [kg/m³]	μ [kg/m · s]	λ [W/m · K]
6000	-24.0	47.22	9.788	316.5	0.660	1.595 E-5	0.0222
6200	-25.3	45.94	9.788	315.6	0.646	1.588 E-5	0.0221
6400	-26.6	44.69	9.787	314.8	0.631	1.582 E-5	0.0220
6600	-27.9	43.47	9.786	314.0	0.617	1.575 E-5	0.0219
6800	-29.2	42.27	9.785	313.1	0.604	1.568 E-5	0.0218
7000	-30.5	41.11	9.785	312.3	0.590	1.561 E-5	0.0217
8000	-36.9	35.65	9.782	308.1	0.526	1.527 E-5	0.0212
9000	-43.4	30.80	9.779	303.8	0.467	1.493 E-5	0.0206
10,000	-49.9	26.50	9.776	299.5	0.414	1.458 E-5	0.0201
12,000	-56.5	19.40	9.770	295.1	0.312	1.422 E-5	0.0195
14,000	-56.5	14.17	9.764	295.1	0.228	1.422 E-5	0.0195
16,000	-56.5	10.53	9.758	295.1	0.166	1.422 E-5	0.0195
18,000	-56.5	7.57	9.751	295.1	0.122	1.422 E-5	0.0195

Sursa: Adaptat din Cengel Y., 2003

Tabel 21. Densitatea şi vâscozitatea aerului la 1 atm

T [°C]	ρ [kg/m^3]	μ x 10^5 [Ns/m^2]	ν x 10^5 [m^2/s]
-40	1.520	1.51	0.99
0	1.290	1.71	1.33
20	1.200	1.80	1.50
50	1.090	1.95	1.79
100	0.946	2.17	2.30
150	0.835	2.38	2.85
200	0.746	2.57	3.45
250	0.675	2.75	4.08
300	0.616	2.93	4.75
400	0.525	3.25	6.20
500	0.457	3.55	7.77

Curbe de regresie liniară sugerate pentru aer:

$$\rho = \frac{p}{RT} \qquad R_{aer} \approx 287\left[J/kgK\right]$$

Legea exponenţială: $$\frac{\mu}{\mu_0} \approx \left(\frac{T}{T_0}\right)^{0.7}$$

Legea lui Sutherland: $$\frac{\mu}{\mu_0} \approx \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \left(\frac{T_0 + S}{T + S}\right) \qquad S_{aer} \approx 110.4[K]$$

cu T_0 = 273 [K], $\mu_0 = 1.71 \cdot 10^{-5} [kg / ms]$ şi T în Kelvin

Sursa: Adaptat din White F.M., 1998

Tabel 22. Proprietăţi pentru gaze uzuale la 1 atm şi 20°C

Gaz	Greutate moleculară	R $[m^2/s^2 \cdot K]$	ρg $[N/m^3]$	μ $[N \cdot s /m^2]$	Raportul căldurilor specifice	Indicele legii exponenţiale
H_2	2.02	4124	0.82	9.05 E-6	1.41	0.68
He	4.00	2077	1.63	1.97 E-5	1.66	0.67
H_2O	18.02	461	7.35	1.02 E-5	1.33	1.15
Ar	39.94	208	16.3	2.24 E-5	1.67	0.72
Aer uscat	28.96	287	11.8	1.80 E-5	1.40	0.67
CO_2	44.01	189	17.9	1.48 E-5	1.30	0.79
CO	28.01	297	11.4	1.82 E-5	1.40	0.71
N_2	28.02	297	11.4	1.76 E-5	1.40	0.67
O_2	32.00	260	13.1	2.00 E-5	1.40	0.69
NO	30.01	277	12.1	1.90 E-5	1.40	0.78
N_2O	44.02	189	17.9	1.45 E-5	1.31	0.89
Cl_2	70.91	117	28.9	1.03 E-5	1.34	1.00
CH_4	16.04	518	6.54	1.34 E-5	1.32	0.87

Sursa: Adaptat din White F.M., 1998

Tabel 23. Căldurile specifice ale unor gaze uzuale, în [kJ/kg · K]

T [K]	Aer		Nitrogen, N_2		Oxigen, O_2	
	c_p	c_v	c_p	c_v	c_p	c_v
250	1.003	0.716	1.039	0.742	0.913	0.653
300	1.005	0.718	1.039	0.743	0.918	0.658
350	1.008	0.721	1.041	0.744	0.928	0.668
400	1.013	0.726	1.044	0.747	0.941	0.681
450	1.020	0.733	1.049	0.752	0.956	0.696
500	1.029	0.742	1.056	0.759	0.972	0.712
550	1.040	0.753	1.065	0.768	0.988	0.728
600	1.051	0.764	1.075	0.778	1.003	0.743
650	1.063	0.776	1.086	0.789	1.017	0.758
700	1.075	0.788	1.098	0.801	1.031	0.771
750	1.087	0.800	1.110	0.813	1.043	0.783
800	1.099	0.812	1.121	0.825	1.054	0.794
900	1.121	0.834	1.145	0.849	1.074	0.814
1000	1.142	0.855	1.167	0.870	1.090	0.830

Sursa: Adaptat din Wark K., 1983

Dioxid de carbon, CO_2		Monoxid de carbon, CO		Hidrogen, H_2		T [K]
c_p	c_v	c_p	c_v	c_p	c_v	
0.791	0.602	1.039	0.743	14.051	9.927	250
0.846	0.657	1.040	0.744	14.307	10.183	300
0.895	0.706	1.043	0.746	14.427	10.302	350
0.939	0.750	1.047	0.751	14.476	10.352	400
0.978	0.790	1.054	0.757	14.501	10.377	450
1.014	0.825	1.063	0.767	14.513	10.389	500
1.046	0.857	1.075	0.778	14.530	10.405	550
1.075	0.886	1.087	0.790	14.546	10.422	600
1.102	0.913	1.100	0.803	14.571	10.447	650
1.126	0.937	1.113	0.816	14.604	10.480	700
1.148	0.959	1.126	0.829	14.645	10.521	750
1.169	0.980	1.139	0.842	14.695	10.570	800
1.204	1.015	1.163	0.866	14.822	10.698	900
1.234	1.045	1.185	0.888	14.983	10.859	1000

Tabel 24. Proprietăţile gazelor la 1 atm

T [°C]	ρ [kg/m³]	c_p [kJ/kg · K]	λ [W/mK]	a [m²/s]	μ [kg/m · s]	ν [m²/s]	Pr [-]
			Dioxid de carbon, CO_2				
-50	2.4035	746.0	0.01051	5.860 E-6	1.129 E-5	4.699 E-6	0.8019
0	1.9635	811.0	0.01456	9.141 E-6	1.375 E-5	7.003 E-6	0.7661
50	1.6597	866.6	0.01858	1.291 E-5	1.612 E-5	9.714 E-6	0.7520
100	1.4373	914.8	0.02257	1.716 E-5	1.841 E-5	1.281 E-5	0.7464
150	1.2675	957.4	0.02652	2.186 E-5	2.063 E-5	1.627 E-5	0.7445
200	1.1336	995.2	0.03044	2.698 E-5	2.276 E-5	2.008 E-5	0.7442
300	0.9358	1060	0.03814	3.847 E-5	2.682 E-5	2.866 E-5	0.7450
400	0.7968	1112	0.04565	5.151 E-5	3.061 E-5	3.842 E-5	0.7458
500	0.6937	1156	0.05293	6.600 E-5	3.416 E-5	4.924 E-5	0.7460
1000	0.4213	1292	0.08491	1.560 E-4	4.898 E-5	1.162 E-4	0.7455
1500	0.3025	1356	0.10688	2.606 E-4	6.106 E-5	2.019 E-4	0.7745
2000	0.2359	1387	0.11522	3.521 E-4	7.322 E-5	3.103 E-4	0.8815
			Monoxid de carbon, CO				
-50	1.5297	1081	0.01901	1.149 E-5	1.378 E-5	9.012 E-6	0.7840
0	1.2497	1048	0.02278	1.739 E-5	1.629 E-5	1.303 E-5	0.7499
50	1.0563	1039	0.02641	2.407 E-5	1.863 E-5	1.764 E-5	0.7328
100	0.9148	1041	0.02992	3.142 E-5	2.080 E-5	2.274 E-5	0.7239
150	0.8067	1049	0.03330	3.936 E-5	2.283 E-5	2.830 E-5	0.7191
200	0.7214	1060	0.03656	4.782 E-5	2.472 E-5	3.426 E-5	0.7164
300	0.5956	1085	0.04277	6.619 E-5	2.812 E-5	4.722 E-5	0.7134
400	0.5071	1111	0.04860	8.628 E-5	3.111 E-5	6.136 E-5	0.7111
500	0.4415	1135	0.05412	1.079 E-4	3.379 E-5	7.653 E-5	0.7087
1000	0.2681	1226	0.07894	2.401 E-4	4.557 E-5	1.700 E-4	0.7080
1500	0.1925	1279	0.10458	4.246 E-4	6.321 E-5	3.284 E-4	0.7733
2000	0.1502	1309	0.13833	7.034 E-4	9.826 E-5	6.543 E-4	0.9302
			Metan, CH_4				
-50	0.8761	2243	0.02367	1.204 E-5	8.564 E-6	9.774 E-6	0.8116
0	0.7158	2217	0.03042	1.917 E-5	1.028 E-5	1.436 E-5	0.7494
50	0.6050	2302	0.03766	2.704 E-5	1.191 E-5	1.969 E-5	0.7282
100	0.5240	2443	0.04534	3.543 E-5	1.345 E-5	2.567 E-5	0.7247
150	0.4620	2611	0.05344	4.431 E-5	1.491 E-5	3.227 E-5	0.7284
200	0.4132	2791	0.06194	5.370 E-5	1.630 E-5	3.944 E-5	0.7344

(*Continuare pe pagina următoare*)

Tabel 24. (*Continuare din pagina anterioară*)

T [°C]	ρ [kg/m³]	c_p [kJ/kg · K]	λ [W/mK]	a [m²/s]	μ [kg/m · s]	ν [m²/s]	Pr [-]
			Metan, CH_4				
300	0.3411	3158	0.07996	7.422 E-5	1.886 E-5	5.529 E-5	0.7450
400	0.2904	3510	0.09918	9.727 E-5	2.119 E-5	7.297 E-5	0.7501
500	0.2529	3836	0.11933	1.230 E-4	2.334 E-5	9.228 E-5	0.7502
1000	0.1536	5042	0.22562	2.914 E-4	3.281 E-5	2.136 E-4	0.7331
1500	0.1103	5701	0.31857	5.068 E-4	4.434 E-5	4.022 E-4	0.7936
2000	0.0860	6001	0.36750	7.120 E-4	6.360 E-5	7.395 E-4	1.0386
			Hidrogen, H_2				
-50	0.11010	12635	0.1404	1.009 E-4	7.293 E-6	6.624 E-5	0.6562
0	0.08995	13920	0.1652	1.319 E-4	8.391 E-6	9.329 E-5	0.7071
50	0.07603	14349	0.1881	1.724 E-4	9.427 E-6	1.240 E-4	0.7191
100	0.06584	14473	0.2095	2.199 E-4	1.041 E-5	1.582 E-4	0.7196
150	0.05806	14492	0.2296	2.729 E-4	1.136 E-5	1.957 E-4	0.7174
200	0.05193	14482	0.2486	3.306 E-4	1.228 E-5	2.365 E-4	0.7155
300	0.04287	14481	0.2843	4.580 E-4	1.403 E-5	3.274 E-4	0.7149
400	0.03650	14540	0.3180	5.992 E-4	1.570 E-5	4.302 E-4	0.7179
500	0.03178	14653	0.3509	7.535 E-4	1.730 E-5	5.443 E-4	0.7224
1000	0.01930	15577	0.5206	1.732 E-3	2.455 E-5	1.272 E-3	0.7345
1500	0.01386	16553	0.6581	2.869 E-3	3.099 E-5	2.237 E-3	0.7795
2000	0.01081	17400	0.5480	2.914 E-3	3.690 E-5	3.414 E-3	1.1717
			Nitrogen, N_2				
-50	1.5299	957.3	0.02001	1.366 E-5	1.390 E-5	9.091 E-6	0.6655
0	1.2498	1035	0.02384	1.843 E-5	1.640 E-5	1.312 E-5	0.7121
50	1.0564	1042	0.02746	2.494 E-5	1.874 E-5	1.774 E-5	0.7114
100	0.9149	1041	0.03090	3.244 E-5	2.094 E-5	2.289 E-5	0.7056
150	0.8068	1043	0.03416	4.058 E-5	2.300 E-5	2.851 E-5	0.7025
200	0.7215	1050	0.03727	4.921 E-5	2.494 E-5	3.457 E-5	0.7025
300	0.5956	1070	0.04309	6.758 E-5	2.849 E-5	4.783 E-5	0.7078
400	0.5072	1095	0.04848	8.727 E-5	3.166 E-5	6.242 E-5	0.7153
500	0.4416	1120	0.05358	1.083 E-4	3.451 E-5	7.816 E-5	0.7215
1000	0.2681	1213	0.07938	2.440 E-4	4.594 E-5	1.713 E-4	0.7022
1500	0.1925	1266	0.11793	4.839 E-4	5.562 E-5	2.889 E-4	0.5969
2000	0.1502	1297	0.18590	9.543 E-4	6.426 E-5	4.278 E-4	0.4483

(*Continuare pe pagina următoare*)

Tabel 24. (*Continuare din pagina anterioară*)

T [°C]	ρ [kg/m³]	c_p [kJ/kg · K]	λ [W/mK]	a [m²/s]	μ [kg/m · s]	ν [m²/s]	Pr [-]
			Oxigen, O_2				
-50	1.7475	984.4	0.02067	1.201 E-5	1.616 E-5	9.246 E-6	0.7694
0	1.4277	928.7	0.02472	1.865 E-5	1.916 E-5	1.342 E-5	0.7198
50	1.2068	921.7	0.02867	2.577 E-5	2.194 E-5	1.818 E-5	0.7053
100	1.0451	931.8	0.03254	3.342 E-5	2.451 E-5	2.346 E-5	0.7019
150	0.9216	947.6	0.03637	4.164 E-5	2.694 E-5	2.923 E-5	0.7019
200	0.8242	964.7	0.04014	5.048 E-5	2.923 E-5	3.546 E-5	0.7025
300	0.6804	997.1	0.04751	7.003 E-5	3.350 E-5	4.923 E-5	0.7030
400	0.5793	1025	0.05463	9.204 E-5	3.744 E-5	6.463 E-5	0.7023
500	0.5044	1048	0.06148	1.163 E-4	4.114 E-5	8.156 E-5	0.7010
1000	0.3063	1121	0.09198	2.678 E-4	5.732 E-5	1.871 E-4	0.6986
1500	0.2199	1165	0.11901	4.643 E-4	7.133 E-5	3.243 E-4	0.6985
2000	0.1716	1201	0.14705	7.139 E-4	8.417 E-5	4.907 E-4	0.6873
			Vapori de apă, H_2O				
-50	0.9839	1892	0.01353	7.271 E-6	7.187 E-6	7.305 E-6	1.0047
0	0.8038	1874	0.01673	1.110 E-5	8.956 E-6	1.114 E-5	1.0033
50	0.6794	1874	0.02032	1.596 E-5	1.078 E-5	1.587 E-5	0.9944
100	0.5884	1887	0.02429	2.187 E-5	1.265 E-5	2.150 E-5	0.9830
150	0.5189	1908	0.02861	2.890 E-5	1.456 E-5	2.806 E-5	0.9712
200	0.4640	1935	0.03326	3.705 E-5	1.650 E-5	3.556 E-5	0.9599
300	0.3831	1997	0.04345	5.680 E-5	2.045 E-5	5.340 E-5	0.9401
400	0.3262	2066	0.05467	8.114 E-5	2.446 E-5	7.498 E-5	0.9240
500	0.2840	2137	0.06677	1.100 E-4	2.847 E-5	1.002 E-4	0.9108
1000	0.1725	2471	0.13623	3.196 E-4	4.762 E-5	2.761 E-4	0.8639
1500	0.1238	2736	0.21301	6.288 E-4	6.411 E-5	5.177 E-4	0.8233
2000	0.0966	2928	0.29183	1.032 E-3	7.808 E-5	8.084 E-4	0.7833

Sursa: Adaptat din Cengel Y., 2003

Anexa 2 Funcţii şi relaţii matematice

Lista de tabele

Tabel 2.1 Funcţii hiperbolice

x	sinh *x*	cosh *x*	tanh *x*
0.00	0.0000	1.0000	0.00000
0.10	0.1002	1.0050	0.09967
0.20	0.2013	1.0201	0.19738
0.30	0.3045	1.0453	0.29131
0.40	0.4108	1.0811	0.37995
0.50	0.5211	1.1276	0.46212
0.60	0.6367	1.1855	0.53705
0.70	0.7586	1.2552	0.60437
0.80	0.8881	1.3374	0.66404
0.90	1.0265	1.4331	0.71630
1.00	1.1752	1.5431	0.76159
1.10	1.3356	1.6685	0.80050
1.20	1.5095	1.8107	0.83365
1.30	1.6984	1.9709	0.86172
1.40	1.9043	2.1509	0.88535
1.50	2.1293	2.3524	0.90515
1.60	2.3756	2.5775	0.92167
1.70	2.6456	2.8283	0.93541
1.80	2.9422	3.1075	0.94681
1.90	3.2682	3.4177	0.95624
2.00	3.6269	3.7622	0.96403
2.10	4.0219	4.1443	0.97045
2.20	4.4571	4.5679	0.97574
2.30	4.9370	5.0372	0.98010
2.40	5.4662	5.5569	0.98367
2.50	6.0502	6.1323	0.98661
2.60	6.6947	6.7690	0.98903
2.70	7.4063	7.4735	0.99101
2.80	8.1919	8.2527	0.99263
2.90	9.0596	9.1146	0.99396

(*Continuare pe pagina următoare*)

Tabel 2.1 (*Continuare din pagina anterioară*)

x	sinh x	cosh x	tanh x
3.00	10.018	10.068	0.99505
3.50	16.543	16.573	0.99818
4.00	27.290	27.308	0.99933
4.50	45.003	45.014	0.99975
5.00	74.203	74.210	0.99991
6.00	201.71	201.72	0.99999
7.00	548.32	548.32	1.0000
8.00	1490.5	1490.5	1.0000
9.00	4051.5	4051.5	1.0000
10.00 .	11013	11013	1.0000

Relaţii de definiţie ale funcţiilor hiperbolice:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

Derivarea funcţiilor hiperbolice:

$$\frac{d}{dx}(\sinh u) = (\cosh u)\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\cosh u) = (\sinh u)\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\tanh u) = \left(\frac{1}{\cosh^2 u}\right)\frac{du}{dx}$$

Tabel 2.2 Funcţia de eroare Gauss

w	erf *w*	*w*	erf *w*	*w*	erf *w*
0.00	0.00000	0.36	0.38933	1.04	0.85865
0.02	0.02256	0.38	0.40901	1.08	0.87333
0.04	0.04511	0.40	0.42839	1.12	0.88679
0.06	0.06762	0.44	0.46622	1.16	0.89910
0.08	0.09008	0.48	0.50275	1.20	0.91031
0.10	0.11246	0.52	0.53790	1.30	0.93401
0.12	0.13476	0.56	0.57162	1.40	0.95228
0.14	0.15695	0.60	0.60386	1.50	0.96611
0.16	0.17901	0.64	0.63459	1.60	0.97635
0.18	0.20094	0.68	0.66378	1.70	0.98379
0.20	0.22270	0.72	0.69143	1.80	0.98909
0.22	0.24430	0.76	0.71754	1.90	0.99279
0.24	0.26570	0.80	0.74210	2.00	0.99532
0.26	0.28690	0.84	0.76514	2.20	0.99814
0.28	0.30788	0.88	0.78669	2.40	0.99931
0.30	0.32863	0.92	0.80677	2.60	0.99976
0.32	0.34913	0.96	0.82542	2.80	0.99992
0.34	0.36936	1.00	0.84270	3.00	0.99998

Relaţia de definiţie a funcţiei de eroare Gauss:

$$\mathrm{erf}\, w = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^w e^{-v^2} dv$$

Relaţia de definiţie a funcţiei complementare de eroare:

$$\mathrm{erfc}\, w = 1 - \mathrm{erf}\, w$$

Tabel 2.3 Funcţii Bessel de ordinul întâi

x	$J_0(x)$	*x*	$J_0(x)$	*x*	$J_0(x)$
0.0	1.0000	1.0	0.7652	2.0	0.2239
0.1	0.9975	1.1	0.7196	2.1	0.1666
0.2	0.9900	1.2	0.6711	2.2	0.1104
0.3	0.9776	1.3	0.6201	2.3	0.0555
0.4	0.9604	1.4	0.5669	2.4	0.0025
0.5	0.9385	1.5	0.5118	2.5	-0.0484
0.6	0.9120	1.6	0.4554	2.6	-0.0968
0.7	0.8812	1.7	0.3980	2.7	-0.1424
0.8	0.8463	1.8	0.3400	2.8	-0.1850
0.9	0.8075	1.9	0.2818	2.9	-0.2243

Definiţia funcţiei Bessel de ordinul întâi, $J_v(x)$:

$$J_v(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!\Gamma(v+k+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{v+2k}, \quad v > -1$$

reprezintă soluţia ecuaţiei diferenţiale Bessel:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + \left(x^2 - v^2\right)y = 0$$

care nu este singulară în origine. Constanta **v**, determină ordinul funcţiilor Bessel, iar **Γ(z)** reprezintă funcţia gamma, o translare generalizată a funcţiei factoriale către valori fracţionare (non-întregi).

Funcţiile Bessel nu sunt tocmai periodice, dar pentru valori mari ale lui x, pot fi aproximate cu funcţii trigonometrice:

$$J_v(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cdot \cos\left(x - \left[\frac{v}{2} + \frac{1}{4}\right]\pi\right)$$

Anexa 3 Diagrame

Lista de diagrame

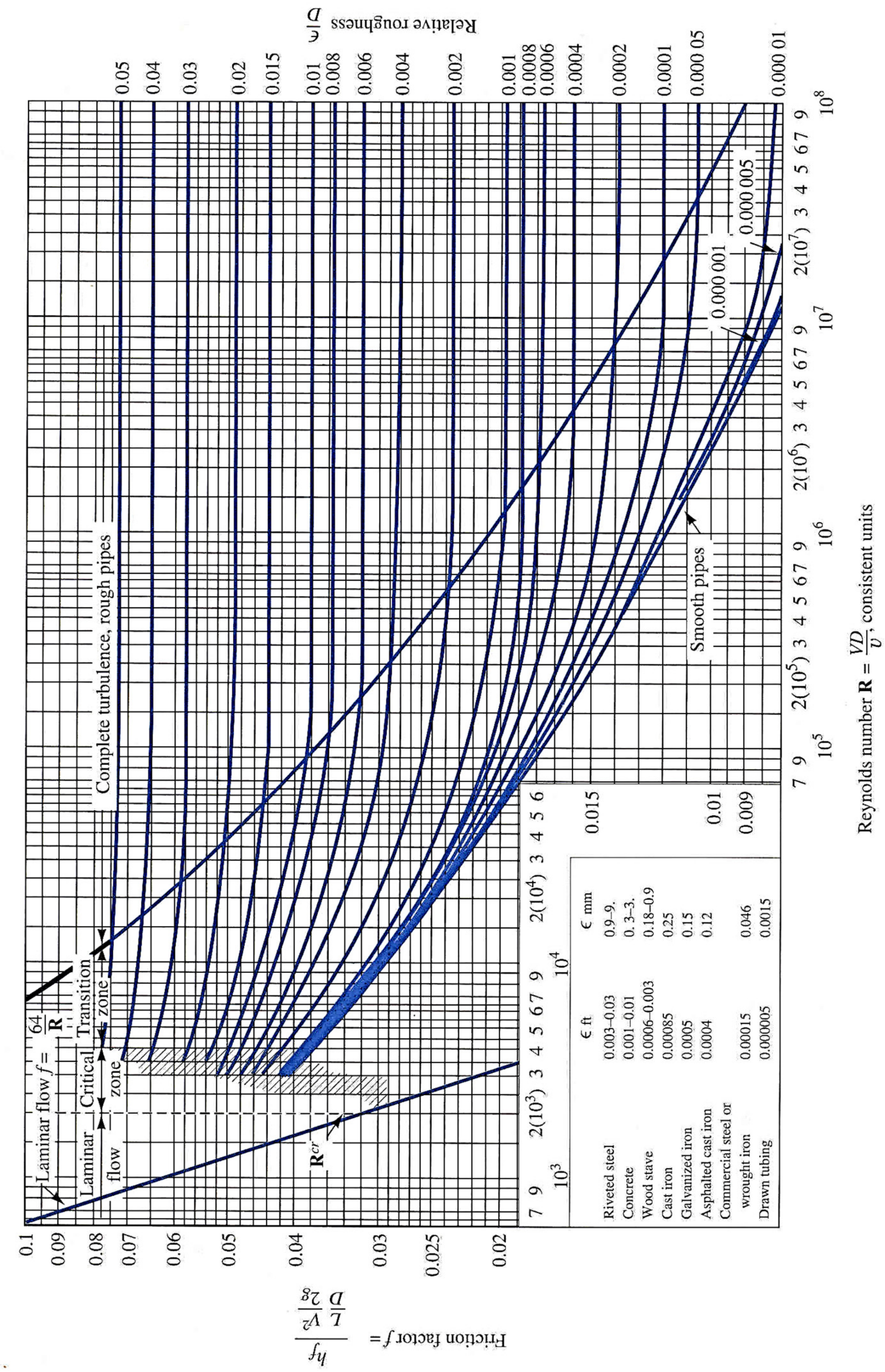


Diagrama 1 Factorul de frecare (diagrama Moody)

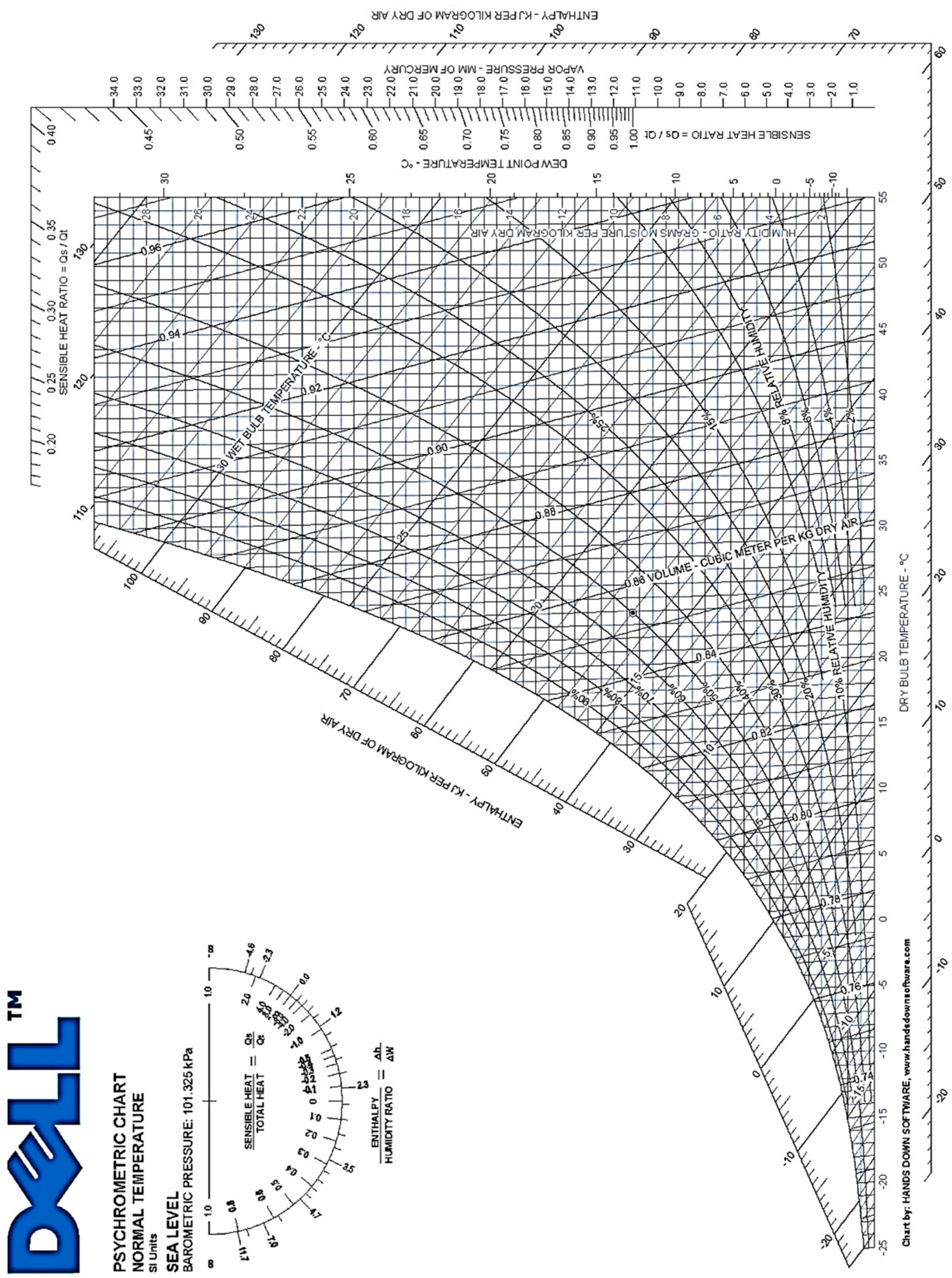


Diagrama 2 Diagrama psihrometrică pentru aer la nivelul mării (furnizată de Dell™)

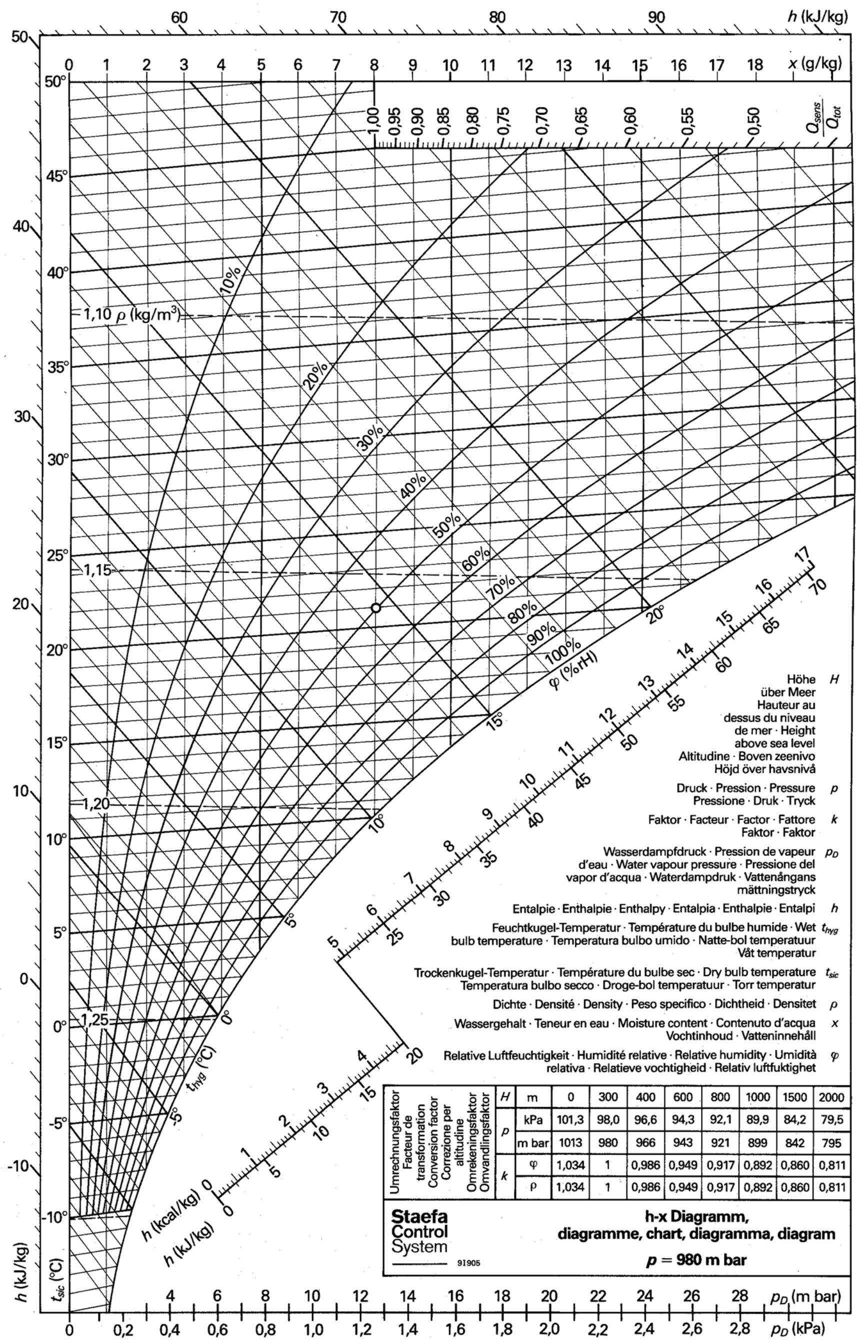


Diagrama 3 Diagrama Mollier diagram (i-x) pentru aer (furnizată de Staefa Control System)

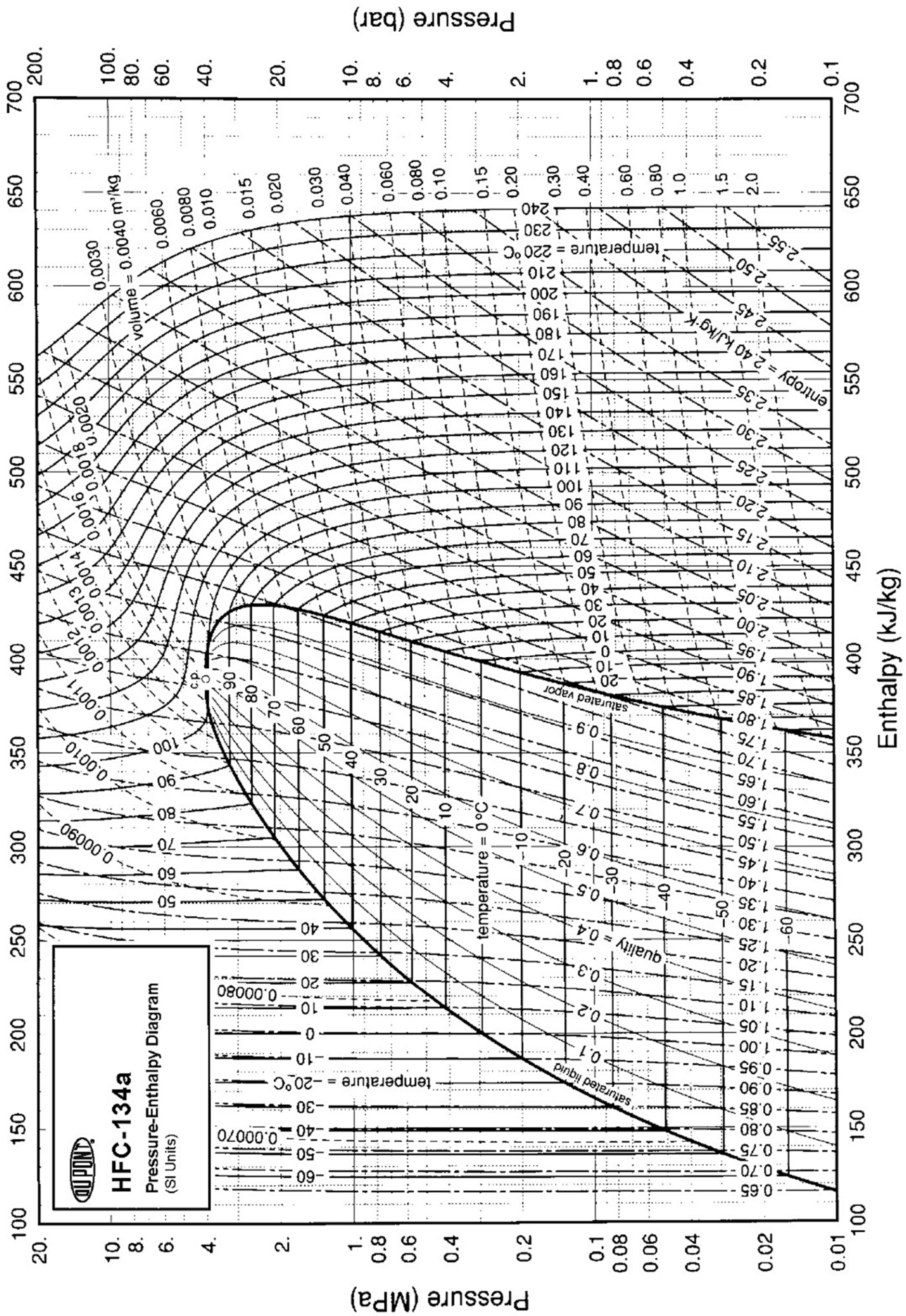


Diagrama 4 Diagrama Mollier (presiune-entalpie) pentru R134a (furnizată de DuPont©)

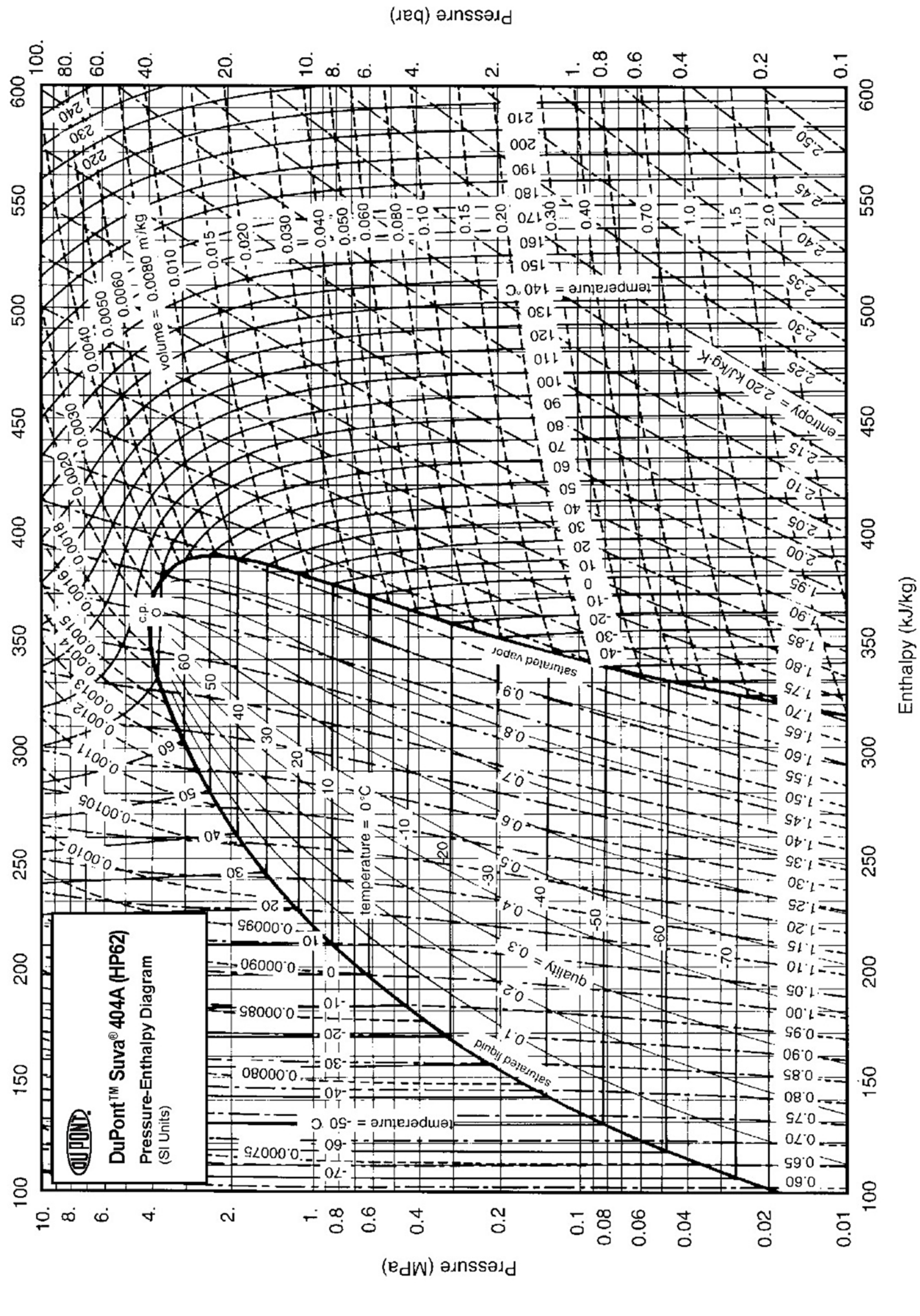


Diagrama 5 Diagrama Mollier (presiune-entalpie) pentru R404a (furnizată de DuPont©)

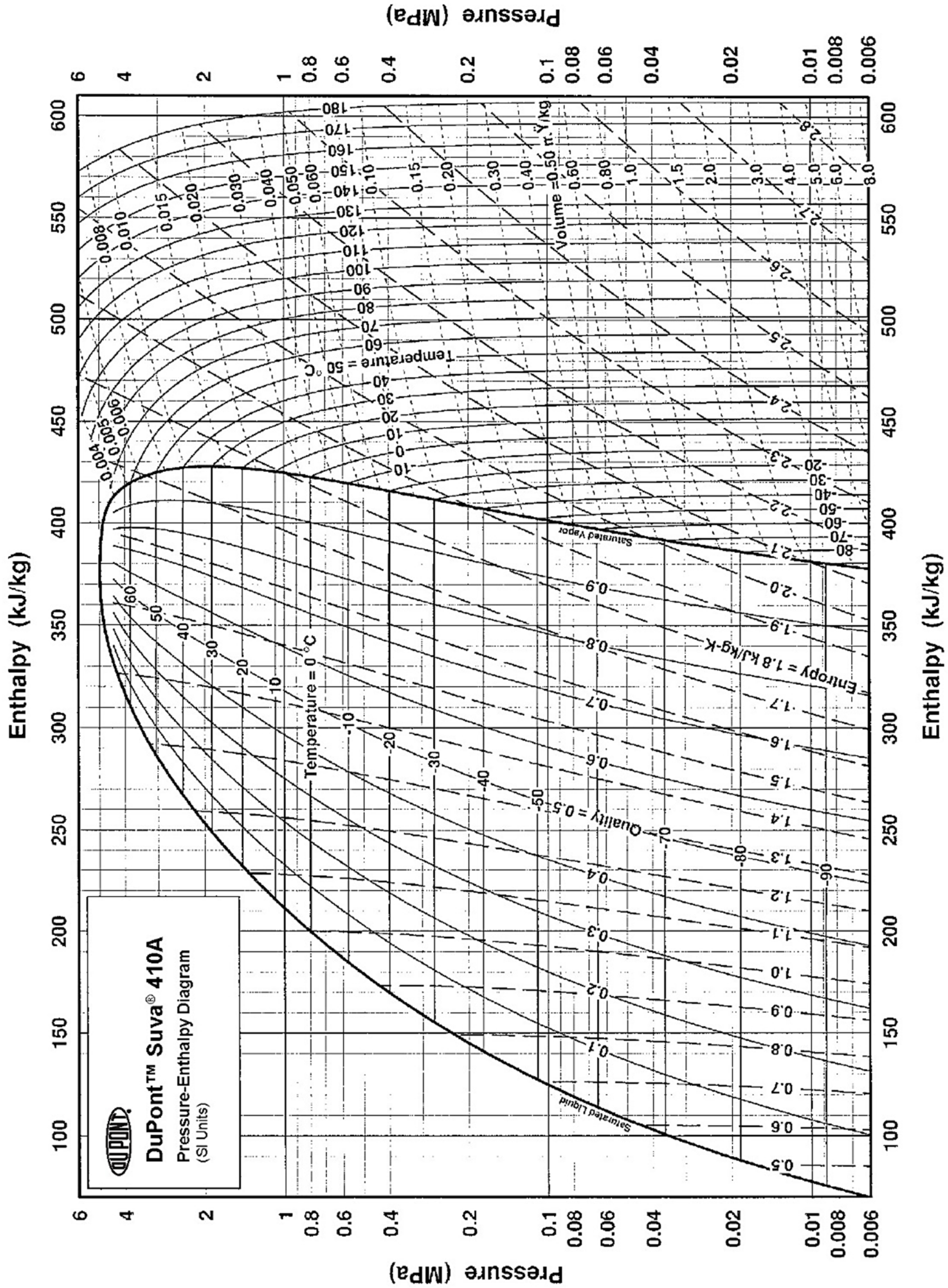


Diagrama 6 Diagrama Mollier (presiune-entalpie) pentru R410a (furnizată de DuPont©)

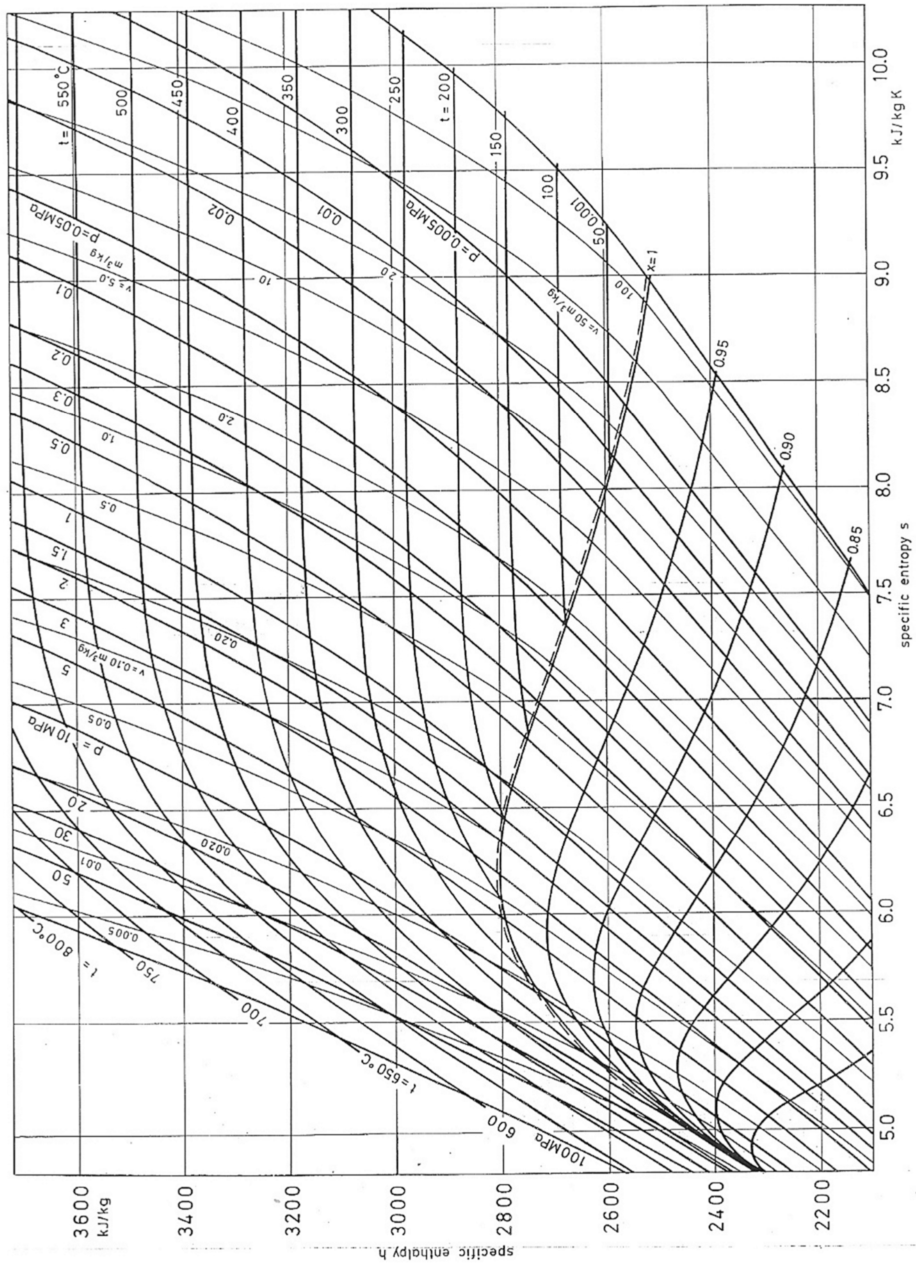


Diagrama 7 Diagrama entalpie – entropie pentru apă

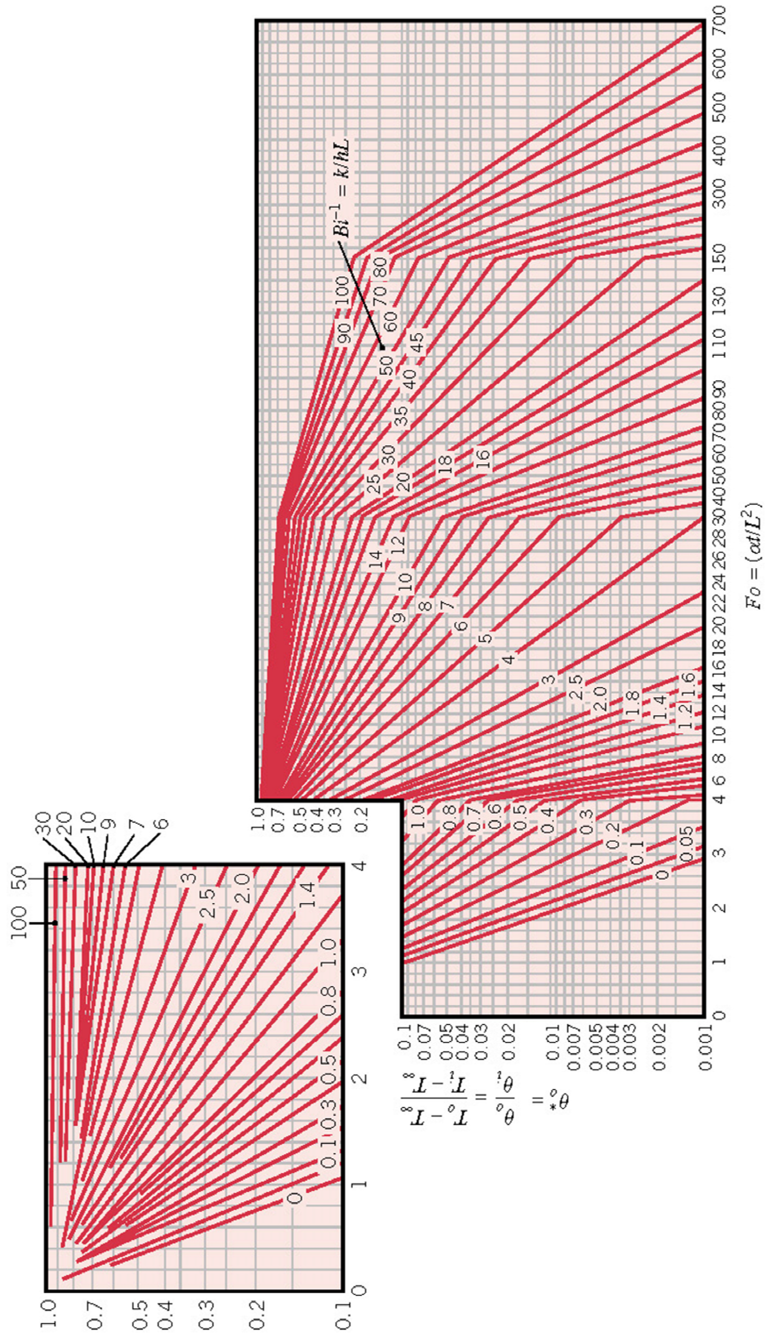


Diagrama 8 Perete plan de grosime 2L: Temperatura planului central în funcţie de timp
(Adaptat din Heisler M.P., 1947)

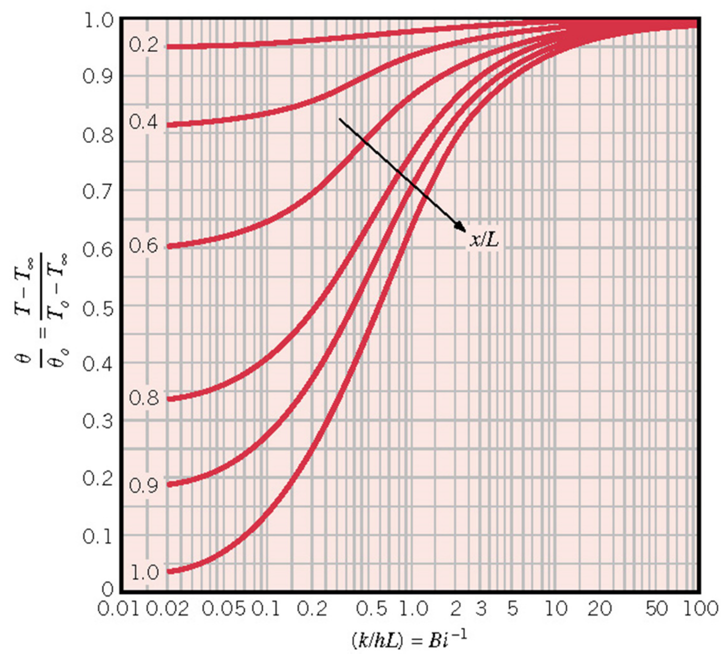


Diagrama 9 Perete plan de grosime 2L: Distribuţia temperaturii

(Adaptat din Heisler M.P., 1947)

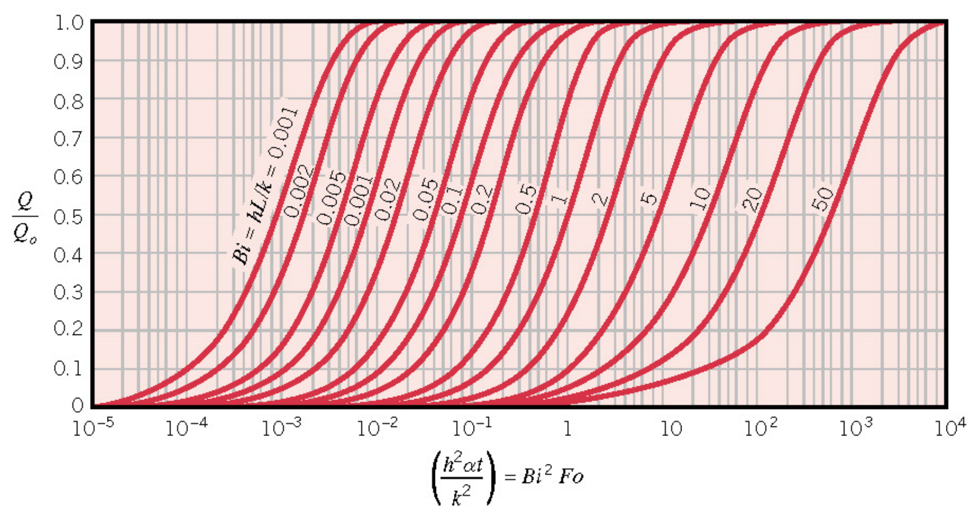


Diagrama 10 Perete plan de grosime 2L: Variaţia energiei interne funcţie de timp

(Adaptat din Grober H. et al., 1961)

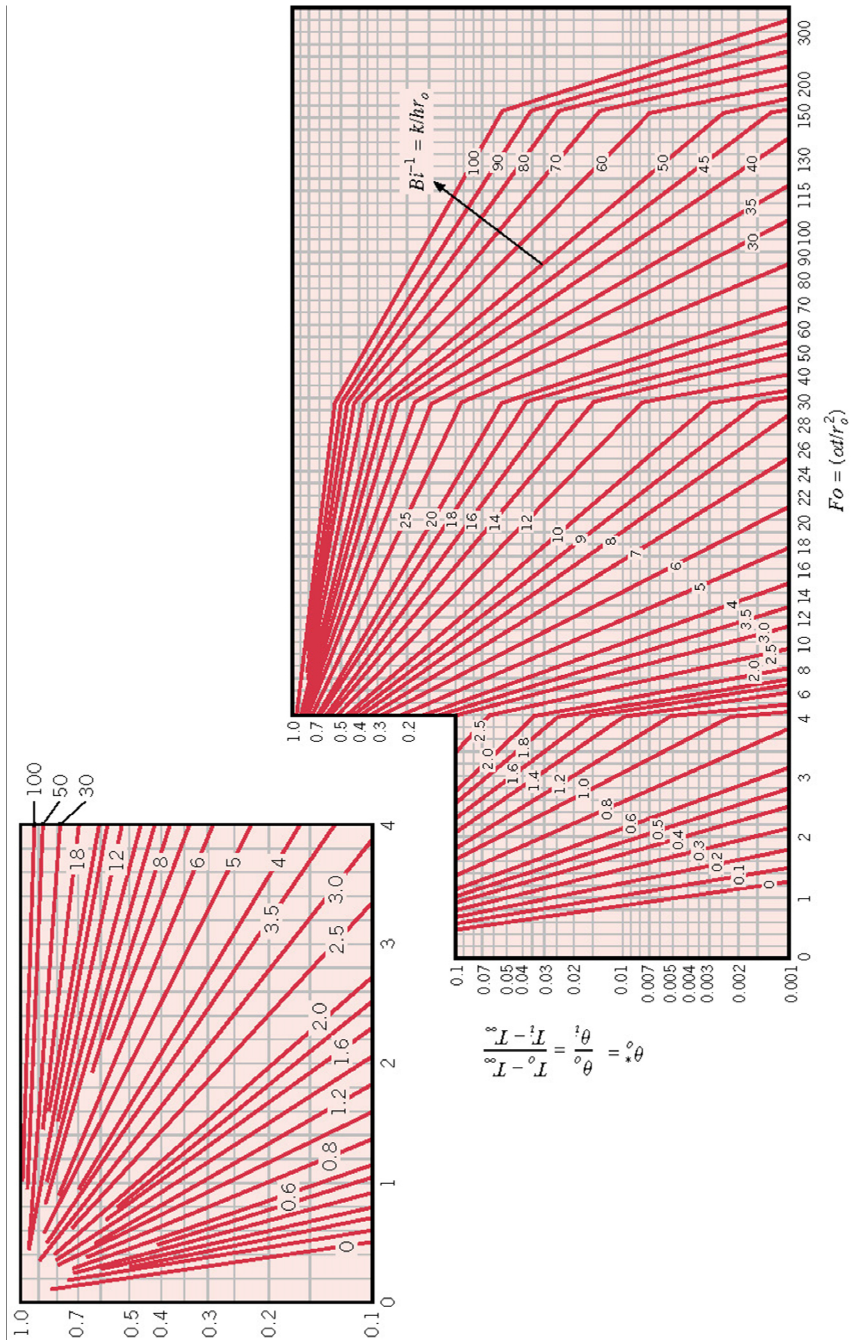


Diagrama 11 Cilindru infinit de rază r_0 : Temperatura liniei mediene în funcţie de timp

(Adaptat din Heisler M.P., 1947)

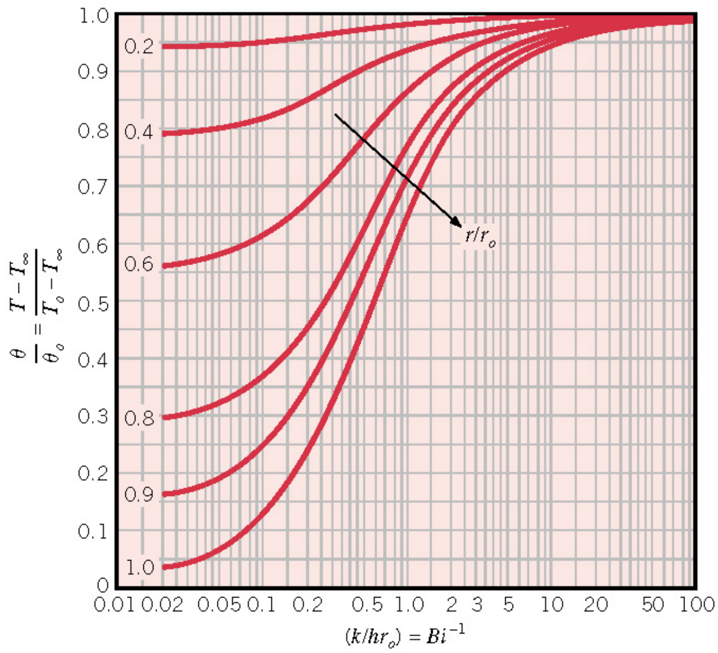


Diagrama 12 Cilindru infinit de rază r_0 : Distribuţia temperaturii

(Adaptat din Heisler M.P., 1947)

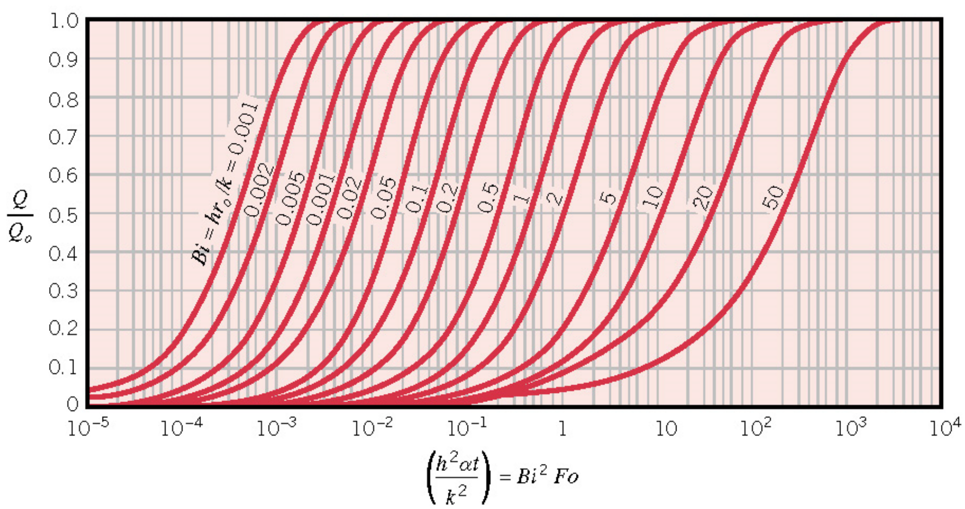


Diagrama 13 Cilindru infinit de rază r_0 : Variaţia energiei interne funcţie de timp

(Adaptat din Grober H. et al., 1961)

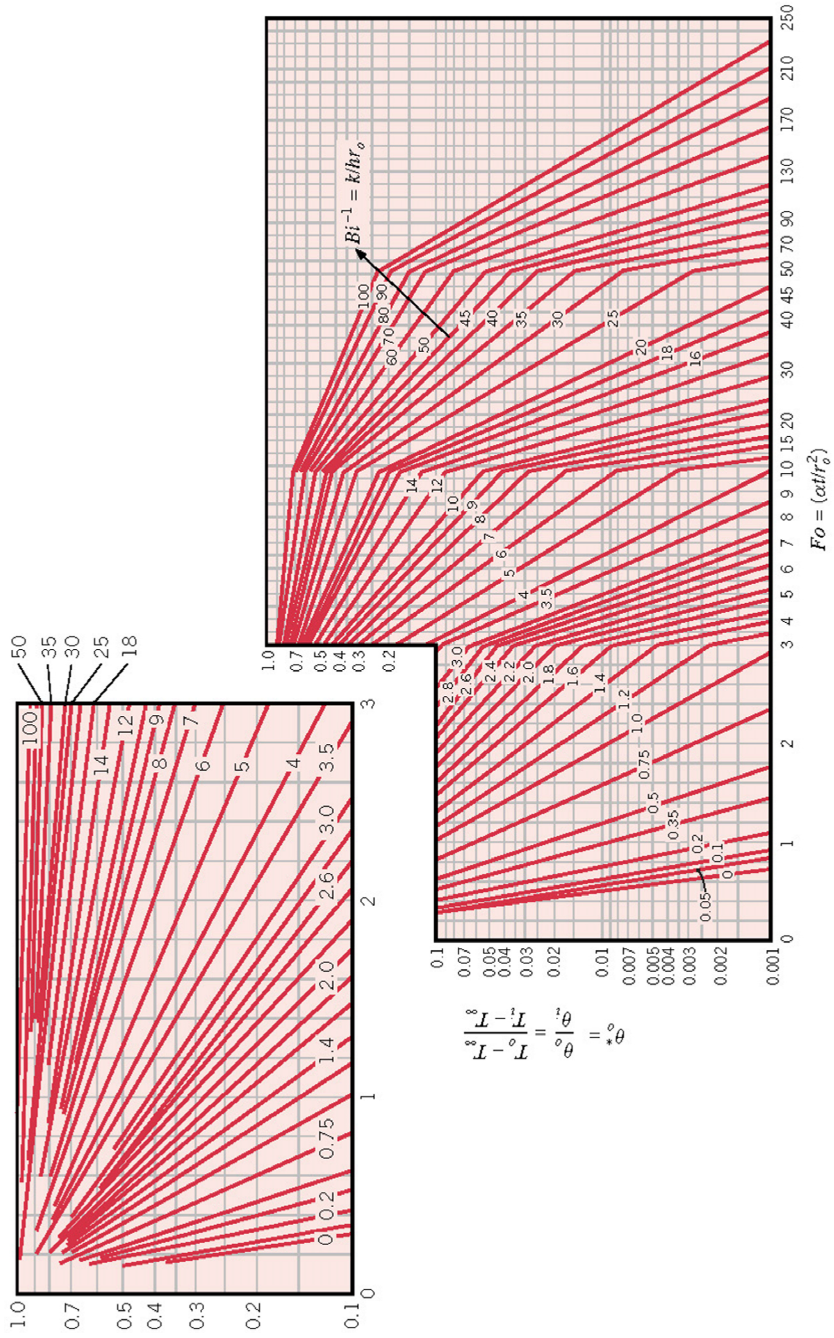


Diagrama 14 Sferă de rază r_0: Temperatura centrală în funcţie de timp

(Adaptat din Heisler M.P., 1947)

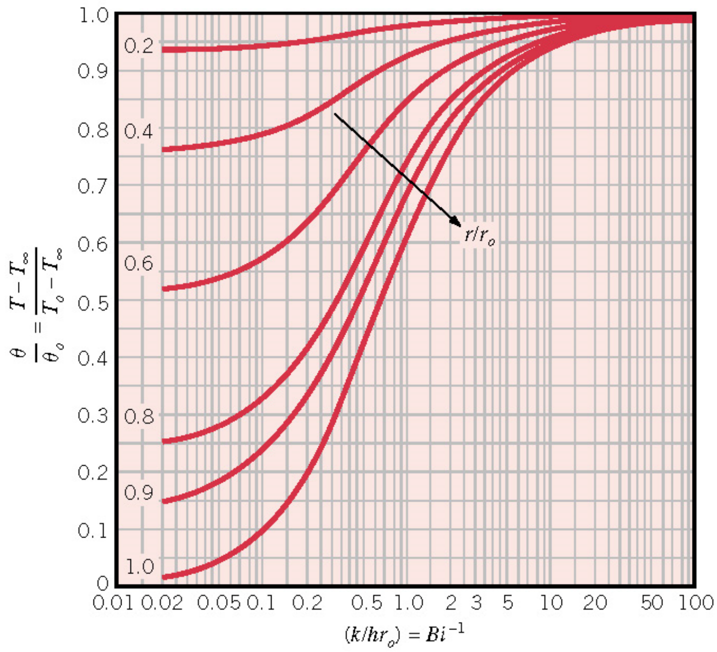


Diagrama 15 Sferă de rază r_0 : Distribuţia temperaturii
(Adaptat din Heisler M.P., 1947)

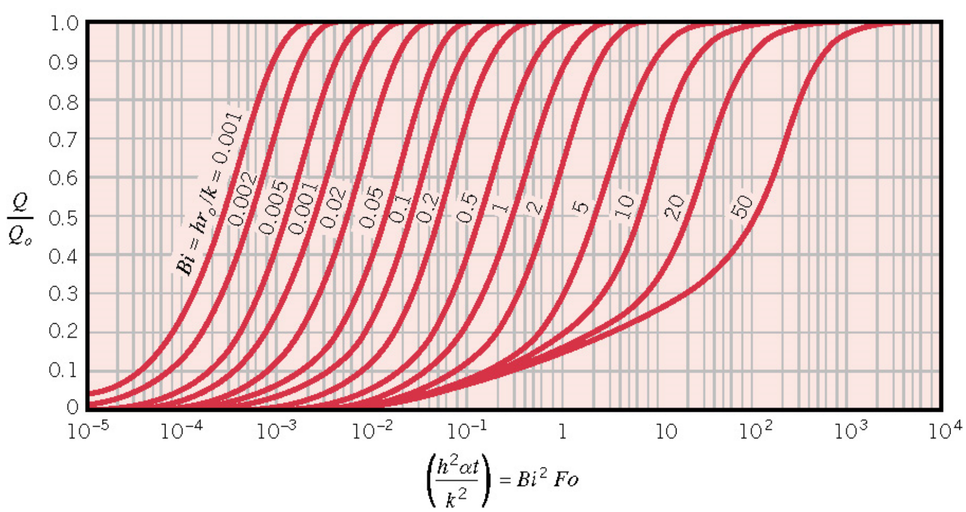


Diagrama 16 Sferă de rază r_0 : Variaţia energiei interne funcţie de timp
(Adaptat din Grober H. et al., 1961)

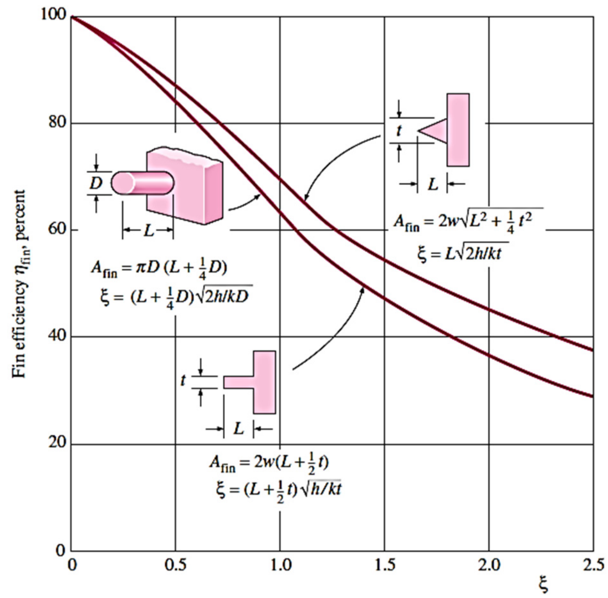


Diagrama 17 Eficienţa aripioarelor pe o suprafaţă plană cu lăţimea w
(adaptată din Gardner K.A., 1945)

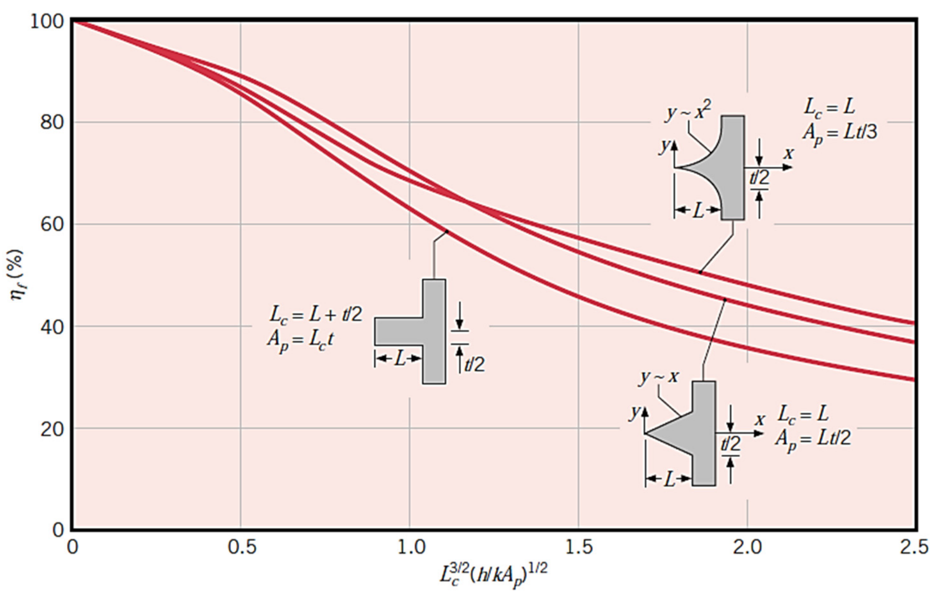


Diagrama 18 Eficienţa aripioarelor pe o suprafaţă plană (lungime L, grosime t)
(adaptată din Gardner K.A., 1945)

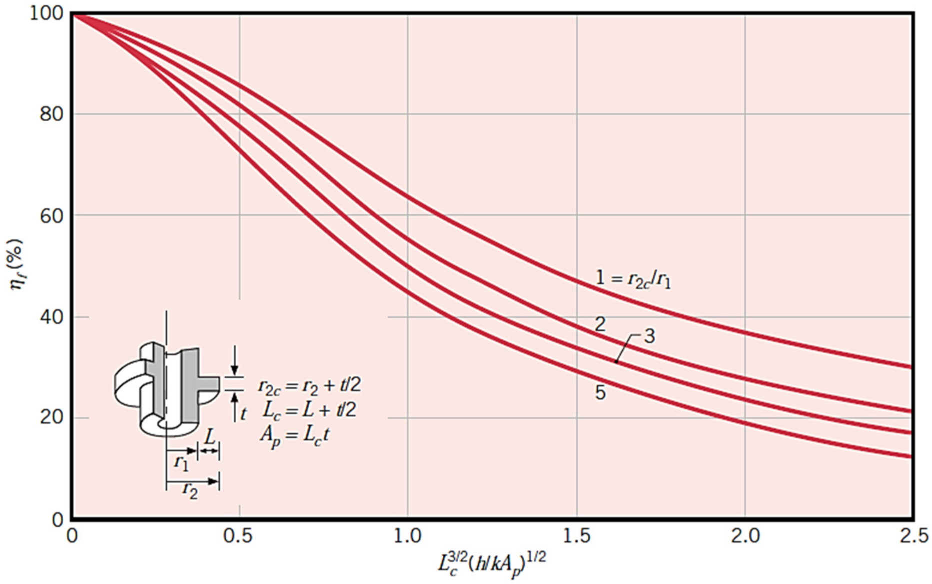


Diagrama 19 Eficienţa aripioarelor circulare cu lungimea L şi grosimea t

(adaptată din Gardner K.A., 1945)

BIBILOGRAFIE

Cengel Y. and Ghajar A., 2014, *Heat and Mass Transfer, Fundamentals and Applications*, 4th Ed., McGraw-Hill, New York, NY

Gardner K.A., 1945, *Efficiency of Extended Surfaces*, Trans. ASME **67**, 621-631

Grober H., Erk S., Grigull U., 1961, *Fundamentals of Heat Transfer*, 3rd Ed., McGraw-Hill, New York, NY

Heisler M.P., 1947, *Temperature Charts for Induction and Constant-Temperature Heating*, Trans. ASME **69**, 227-236

Bergman T.L., Incropera F.P., DeWitt D.P., Lavine, A.S., 2011, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 7th Ed., Wiley, New York, NY

Keenan J.H., Kaye J., 1945, *Gas Tables,* Wiley, New York, NY

Keenan J.H., Keyes F.G., Hill P.G., Moore J.G., 1969, *Steam Tables,* Wiley, New York, NY

Moran M.J., Shapiro H.N., Munson B.R., DeWitt D.P., 2002, *Introduction to Thermal Systems Engineering: Thermodynamics, Fluid Mechanics, and Heat Transfer*, Wiley, New York, NY

Nelson L.C., Obert E.F., 1954, *Generalized Compressibility Charts*, Chem. Eng. **61**(17), 203-208

Wark K., 1983, *Thermodynamics*, 4th Ed., McGraw-Hill, New York, NY

White F.M., 2015, *Fluid Mechanics*, 8th Ed., McGraw-Hill, New York, NY